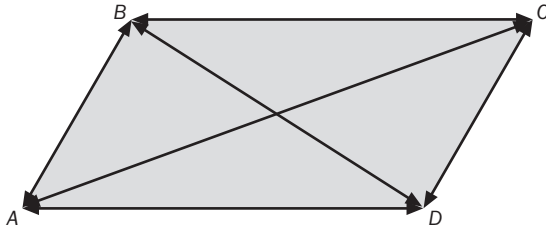


9 TRASLACIONES, GIROS Y SIMETRÍAS EN EL PLANO

EJERCICIOS PROPUESTOS

- 9.1 Dibuja un paralelogramo y razona qué pares de vectores determinados por los vértices son equipolentes.



Son equipolentes los que son paralelos y del mismo sentido, \overrightarrow{AB} y \overrightarrow{DC} ; \overrightarrow{BA} y \overrightarrow{CD} ; \overrightarrow{BC} y \overrightarrow{AD} y, por último, \overrightarrow{CB} y \overrightarrow{DA} .

- 9.2 Las coordenadas de los vértices de un triángulo son $A(1, 1)$, $B(6, 1)$ y $C(4, 5)$. Halla las coordenadas de los vectores \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{AC} y \overrightarrow{BC} .

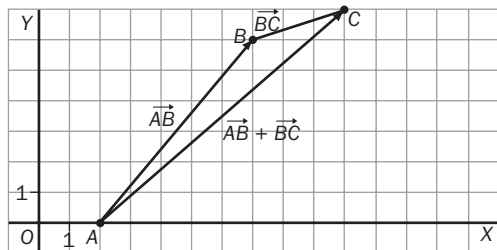
Las coordenadas del vector \overrightarrow{AB} son $(6 - 1, 1 - 1) = (5, 0)$, las del vector \overrightarrow{AC} son $(4 - 1, 5 - 1) = (3, 4)$ y las del vector \overrightarrow{BC} son $(4 - 6, 5 - 1) = (-2, 4)$.

- 9.3 Se sabe que las coordenadas de \overrightarrow{AB} son $(2, -3)$. Determina las coordenadas del extremo $B(x, y)$ si el origen es $A(3, 2)$.

Se cumple que $(x - 3, y - 2) = (2, -3)$, de modo que $x = 5$ e $y = -1$.

Las coordenadas de B son $(5, -1)$.

- 9.4 Representa los vectores $\overrightarrow{AB}(5, 6)$ y $\overrightarrow{BC}(3, 1)$ y calcula la suma $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ si $A(2, 0)$.

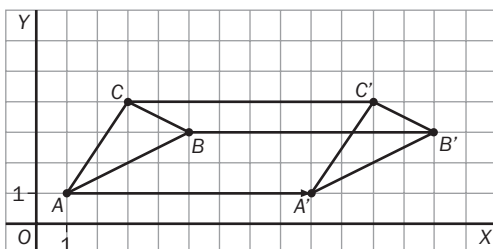


$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (5, 6) + (3, 1) = (5 + 3, 6 + 1) = (8, 7)$$

- 9.5 Las coordenadas de los vértices de un triángulo son $A(1, 1)$, $B(5, 3)$ y $C(3, 4)$.

a) Representa el triángulo.

b) Traslada el triángulo según el vector guía $\vec{u}(8, 0)$.



- 9.6 Mediante una traslación el punto $A(1, 3)$ se transforma en $A'(6, 8)$. ¿Cuál es el vector guía?

$$\overrightarrow{OA} + \vec{u} = (1, 3) + (x, y) = (6, 8) \Rightarrow (x, y) = (5, 5)$$

El vector guía es $\vec{u}(5, 5)$.

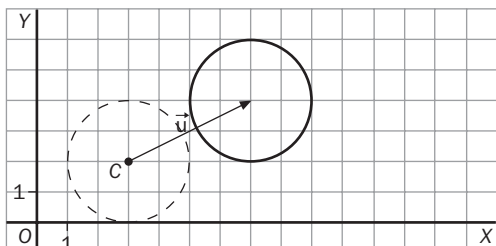
9 TRASLACIONES, GIROS Y SIMETRÍAS EN EL PLANO

- 9.7 Halla las coordenadas del punto $P(x, y)$ si su trasladado según el vector $\vec{u}(6, 5)$ tiene por coordenadas $(10, 10)$.

$$\overline{OP} + \vec{u} = (x, y) + (6, 5) = (10, 10) \Rightarrow (x, y) = (4, 5)$$

El punto buscado es $P(4, 5)$.

- 9.8 El círculo de centro $C(3, 2)$ y radio 2 se traslada según el vector $\vec{u}(4, 2)$. Dibuja el círculo trasladado.



- 9.9 Se aplica al punto P una traslación de vector $\vec{u}(2, 3)$ y, a continuación, otra de vector $\vec{v}(3, 5)$ y se llega al punto $Q(10, 12)$.

a) ¿Cuál es el vector de la traslación sucesiva?

b) ¿Cuáles son las coordenadas del punto P ?

a $\vec{u} + \vec{v} = (2, 3) + (3, 5) = (5, 8) = \vec{w}$

b $\overline{OP} + \vec{w} = (x, y) + (5, 8) = (10, 12) \Rightarrow (x, y) = (5, 4)$

- 9.10 El producto de dos traslaciones tiene por vector guía $\vec{w}(7, 10)$. Si una de ellas tiene como vector guía $\vec{u}(2, 3)$, ¿cuál es el vector guía de la otra traslación?

$$\vec{u} + \vec{v} = (2, 3) + (x, y) = (7, 10) = \vec{w} \Rightarrow \vec{v}(x, y) = \vec{v}(5, 7)$$

- 9.11 El triángulo ABC tiene por coordenadas de los vértices $A(3, 5)$, $B(5, 7)$ y $C(5, 2)$. Calcula las coordenadas del triángulo obtenido mediante las traslaciones sucesivas de los siguientes vectores guías $\vec{u}(6, 2)$ y $\vec{v}(7, -2)$.

Calculamos el vector guía que es resultado del producto de las traslaciones de \vec{u} y \vec{v} .

$$\vec{u} + \vec{v} = (6, 2) + (7, -2) = (13, 0) = \vec{w}$$

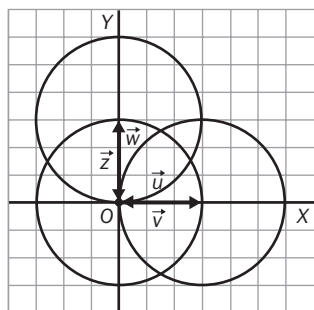
$$\overline{OA} + \vec{w} = (3, 5) + (13, 0) = (16, 5)$$

$$\overline{OB} + \vec{w} = (5, 7) + (13, 0) = (18, 7)$$

$$\overline{OC} + \vec{w} = (5, 2) + (13, 0) = (18, 2)$$

Las coordenadas del triángulo trasladado son $A'(16, 5)$, $B'(18, 7)$ y $C'(18, 2)$.

- 9.12 Dibuja en unos ejes de coordenadas una circunferencia de centro $O(0, 0)$ y radio 3 unidades. Traslada sucesivamente la circunferencia según los vectores $\vec{u}(3, 0)$, $\vec{v}(-3, 0)$, $\vec{w}(0, 3)$ y $\vec{z}(0, -3)$.



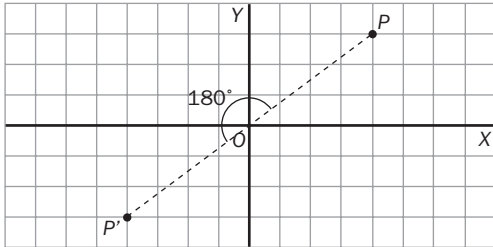
9 TRASLACIONES, GIROS Y SIMETRÍAS EN EL PLANO

- 9.13 En una rotonda convergen cuatro calles perpendiculares. ¿Qué ángulos de giro pueden realizar los coches que entran en la rotonda y salen por las calles posibles, sin cometer infracciones?

Pueden girar 90° , 180° , 270° ó 360° .

- 9.14 Dibuja unos ejes de coordenadas en un papel cuadriculado y señala el punto $P(4, 3)$.

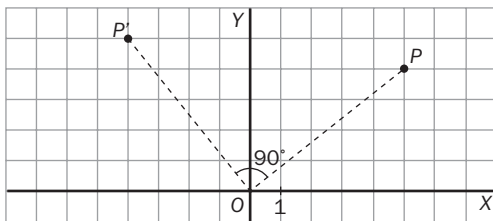
¿Cuáles son las coordenadas del punto P' que se obtiene al girar 180° el punto P tomando como centro de giro el origen de coordenadas?



$P'(-4, -3)$

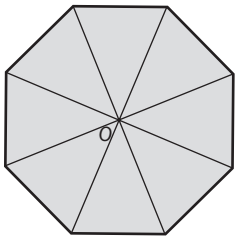
- 9.15 Dibuja unos ejes de coordenadas en un papel cuadriculado y señala el punto $P(5, 4)$.

¿Cuáles son las coordenadas del punto P' que se obtiene al girar 90° el punto P tomando como centro de giro el origen de coordenadas?



$P'(5, -4)$

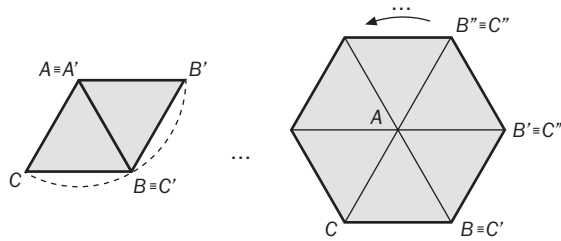
- 9.16 Dibuja un octógono regular. ¿Cuáles son los giros posibles que transforman el octógono en sí mismo?



Son los giros de centro O y amplitud 45° , 90° , 135° , 180° , 225° , 270° , 315° y 360° .

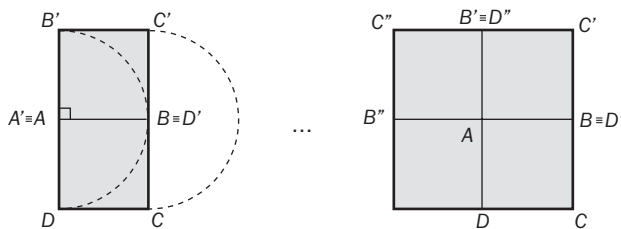
9 TRASLACIONES, GIROS Y SIMETRÍAS EN EL PLANO

- 9.17 Dibuja un triángulo equilátero ABC . Con centro A gira el triángulo un ángulo de 60° . Si repites este proceso con los triángulos que vas obteniendo, ¿qué figura resulta cuando vuelves a la dada?



La figura que resulta al volver a la dada es un hexágono.

- 9.18 Dibuja un cuadrado $ABCD$. Con centro A gira el cuadrado un ángulo de 90° . Si repites este proceso con los cuadrados que vas obteniendo, ¿qué figura resulta cuando vuelves a la original?

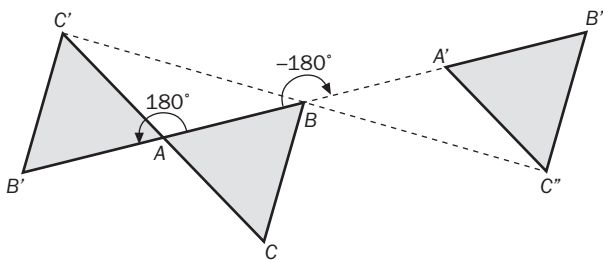


La figura que resulta al volver a la dada es un cuadrado de lado el doble que el inicial.

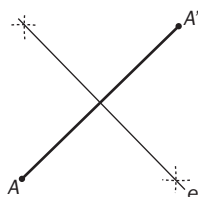
- 9.19 A una figura se le aplica un giro de centro O y amplitud 200° y, a continuación, un nuevo giro del mismo centro y ángulo α . ¿Qué valor positivo debe tener α para que la figura vuelva a su primera posición?

Debe tener una amplitud de 160° , porque así el producto de los dos giros sería de 360° , que completaría la circunferencia volviendo a la posición original.

- 9.20 Dibuja un triángulo equilátero ABC . Con centro A gira el triángulo un ángulo de 180° . Después aplica al triángulo obtenido $AB'C'$ un giro de centro B y amplitud -180° .

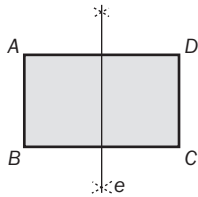


- 9.21 Dos puntos A y A' son simétricos respecto de un eje e . Dibuja el eje.

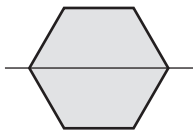


9 TRASLACIONES, GIROS Y SIMETRÍAS EN EL PLANO

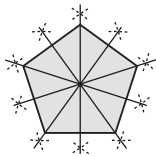
9.22 Dibuja un rectángulo $ABCD$. Construye con regla y compás el eje de simetría que transforma A y B en D y C , respectivamente.



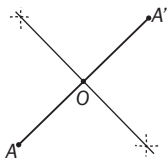
9.23 Dibuja un hexágono regular. Construye con regla y compás un eje de simetría de sus vértices.



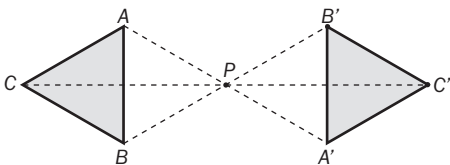
9.24 Dibuja un pentágono regular. Construye con regla y compás sus ejes de simetría.



9.25 Dibuja dos puntos cualesquiera A y A' , y encuentra su centro de simetría.



9.26 Dibuja un triángulo ABC , y su simétrico $A'B'C'$ respecto de un punto P . ¿Tienen el mismo sentido de giro según el orden de los vértices?



Sí tienen el mismo sentido de giro.

9.27 Comprueba si el centro de simetría es el punto donde se cortan las diagonales:

a) En un cuadrado.

b) En un pentágono.

c) En un hexágono.

a) Sí

b) No

c) Sí

9 TRASLACIONES, GIROS Y SIMETRÍAS EN EL PLANO

9.28 Halla las coordenadas del punto simétrico a $P(-3, 5)$ respecto del eje OX , del eje OY y del origen.

Punto simétrico respecto del eje OX : $P'(-3, -5)$

Punto simétrico respecto del eje OY : $P''(3, 5)$

Punto simétrico respecto del origen: $P'''(3, -5)$

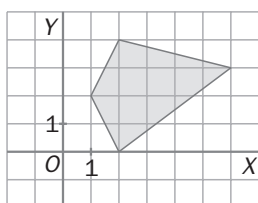
9.29 Dado el cuadrilátero de vértices $A(2, 4)$, $B(-3, 5)$, $C(-3, -1)$, $D(3, -2)$, halla las coordenadas de su simétrico respecto del eje OX , del eje OY y del origen.

Simétrico respecto del eje OX : $A(2, -4)$, $B(-3, -5)$, $C(-3, 1)$, $D(3, 2)$

Simétrico respecto del eje OY : $A(-2, 4)$, $B(3, 5)$, $C(3, -1)$, $D(-3, -2)$

Simétrico respecto del origen: $A(-2, -4)$, $B(3, -5)$, $C(3, 1)$, $D(-3, 2)$

9.30 Determina las coordenadas de la figura simétrica de esta figura respecto del eje OX , del eje OY y del origen.



Nombramos los vértices: $A(1, 2)$, $B(2, 4)$, $C(6, 3)$, $D(2, 0)$.

Simetría respecto del eje OX : $A'(1, -2)$, $B'(2, -4)$, $C'(6, -3)$, $D'(2, 0)$

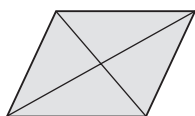
Simetría respecto del eje OY : $A'(-1, 2)$, $B'(-2, 4)$, $C'(-6, 3)$, $D'(-2, 0)$

Simetría respecto del origen: $A'(-1, -2)$, $B'(-2, -4)$, $C'(-6, -3)$, $D'(-2, 0)$

9.31 En un triángulo isósceles, ¿cuál de las tres alturas es eje de simetría? Razona la respuesta.

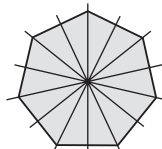
La altura que parte del vértice opuesto al desigual, porque todo punto del triángulo tiene un simétrico respecto de esta altura en el triángulo.

9.32 Traza, si los tiene, los ejes y el centro de simetría de un romboide.



No tiene ejes de simetría. El centro de simetría es el punto de corte de las dos diagonales.

9.33 Traza, si los tiene, los ejes y el centro de simetría de un heptágono.



9.34 ¿Cuáles son los ejes de simetría de los triángulos equiláteros? ¿Y de los triángulos rectángulos?

En un triángulo equilátero, los ejes de simetría son las medianas, que coinciden con las alturas y dividen el segmento opuesto al vértice en dos partes iguales. Todos los puntos del triángulo tienen su simétrico respecto a la mediana en el triángulo.

No tiene ejes de simetría a no ser que sea isósceles, es decir, que tenga los dos catetos iguales, y entonces el eje de simetría sería la altura que parte del ángulo recto.