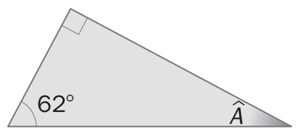
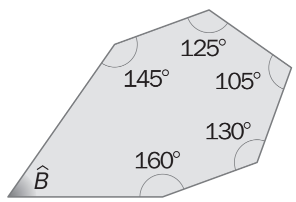
EJERCICIOS PROPUESTOS

8.1 Calcula la medida del ángulo que falta en cada figura.

a)



b)



a) En un triángulo, la suma de las medidas de sus ángulos es 180°.

$\widehat{A} = 180° - 90° - 62° = 28$

El ángulo mide 28°.

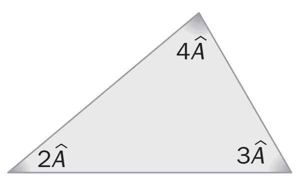
b) En un hexágono, la suma de las medidas de sus ángulos es $180 \cdot (6 - 2) = 720°$.

$\widehat{B} = 720° - 145° - 125° - 105° - 130° - 160° = 55$

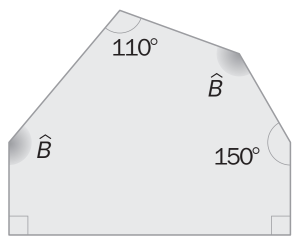
El ángulo mide 55°.

8.2 Determina cuánto mide el ángulo desconocido en estas figuras.

a)



b)

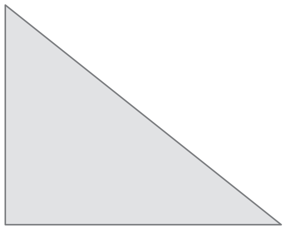


a) $180° = 2\widehat{A} + 4\widehat{A} + 3\widehat{A} = 9\widehat{A} \Rightarrow \widehat{A} \Rightarrow 20°$

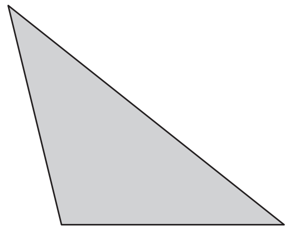
b) $720° = 90° + \widehat{B} + 110° + \widehat{B} + 150° + 90° = 440° + 2\widehat{B} \Rightarrow \widehat{B} = 140°$

8.3 **Copia cada triángulo y halla gráficamente el circuncentro, el incentro, el baricentro y el ortocentro.**

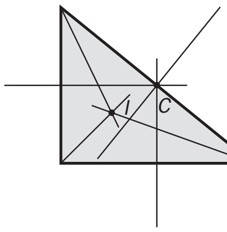
a)

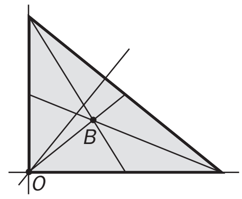


b)

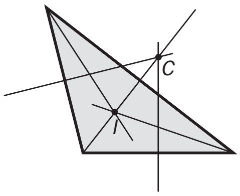


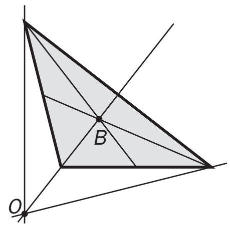
a)



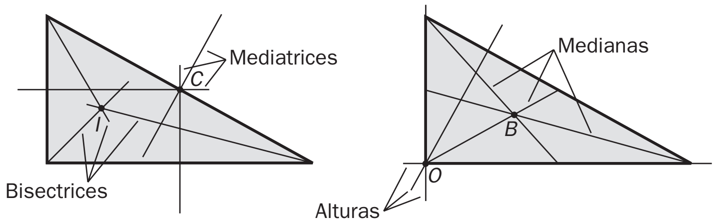


b)

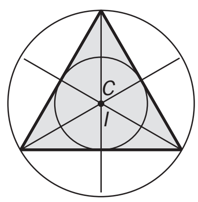




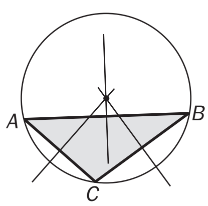
8.4 **Dibuja en un triángulo rectángulo las mediatrices, medianas, bisectrices y alturas.**



8.5 **Dibuja en un triángulo equilátero la circunferencia inscrita y la circunscrita.**



8.6 **Dibuja tres puntos *A*, *B* y *C*, no alineados, y traza una circunferencia que pase por ellos.**



8.7 En un triángulo, el baricentro divide a una mediana en dos segmentos. Si el mayor mide 6 centímetros, ¿cuánto mide el otro segmento?

El baricentro cumple que corta la mediana en un punto tal que su distancia al vértice es doble que su distancia al punto medio del lado opuesto. Si el mayor de esos dos segmentos es de 6 centímetros, el otro medirá 3 centímetros.

8.8 Razona si las siguientes parejas de triángulos pueden ser semejantes.

a) 40°, 50°, $\widehat{A}$; 40°, $\widehat{B}$, 90°

b) 60°, 60°, 60°; 8 cm, 8 cm, 8 cm

a) Para que sea triángulo, la suma de sus ángulos tiene que ser 180°, así tenemos que $\widehat{A}$ debe valer 90°, y $\widehat{B}$, 50°, de modo que todos los ángulos son iguales y $\widehat{B}$, por tanto, son semejantes.

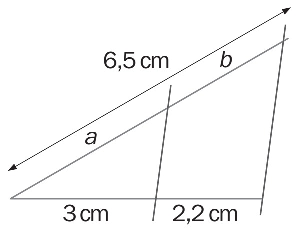
b) Son semejantes. El triángulo con los tres lados iguales es equilátero, así que tendrá los tres ángulos iguales, eso quiere decir que cada ángulo mide 60°, de modo que los ángulos son iguales a los del primer triángulo. Y por el otro lado, el primer triángulo tiene que tener los tres lados iguales por tener los tres ángulos iguales, así que todos los lados seguirán la misma proporción comparando con el segundo triángulo del enunciado.

8.9 Los lados de un rectángulo miden 8 y 4 centímetros, respectivamente. Un rectángulo semejante tiene como perímetro 240 centímetros. ¿Cuáles son sus dimensiones?

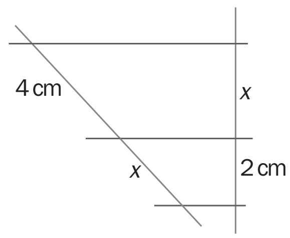
El perímetro del primer rectángulo es de $2 \cdot 8 + 2 \cdot 4 = 24$ centímetros. Si multiplicamos todos los lados por 10, tenemos un rectángulo de lados 80 y 40, que tiene de perímetro 240 centímetros. Así que los lados del rectángulo buscado miden 80 y 40 centímetros.

8.10 Calcula el valor de los lados desconocidos.

a)



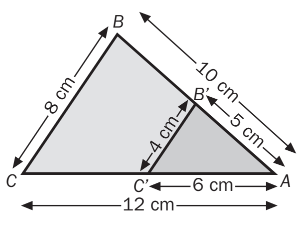
b)



a) $\dfrac{3}{a} = \dfrac{2,2}{6,5 - a} \Rightarrow 3 \cdot (6,5 - a) = 2,2a \Rightarrow 19,5 - 3a = 2,2a \Rightarrow a = 3,75$ cm y $b = 6,5 - 3,75 = 2,75$ cm

b) $\dfrac{4}{x} = \dfrac{x}{2} \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = \sqrt{8}$ cm

8.11 Los lados de un triángulo miden 8, 10 y 12 centímetros. Construye sobre él otro triángulo, en posición de Tales, sabiendo que la razón de semejanza es 0,5.



$$0,5 = \frac{AB'}{AB} \Rightarrow AB' = 0,5 \cdot AB \Rightarrow AB' = 0,5 \cdot 10 = 5 \text{ cm}$$

$$\frac{AB}{AB'} = \frac{AC}{AC'} = \frac{BC}{B'C'} \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{AB}{AB'} = \dfrac{AC}{AC'} \Rightarrow \dfrac{10}{5} = \dfrac{12}{AC'} \Rightarrow AC' = 6 \text{ cm} \\ \dfrac{AB}{AB'} = \dfrac{BC}{B'C'} \Rightarrow \dfrac{10}{5} = \dfrac{8}{B'C'} \Rightarrow B'C' = 4 \text{ cm} \end{cases}$$

8.12 **Un alumno dibuja dos rectas *r* y *s*, secantes. A continuación, marca en *r* tres puntos *A*, *B* y *C*, que distan entre sí 3 y 4 centímetros, respectivamente. Por esos puntos traza rectas paralelas que cortan a *s* en *A′*, *B′* y *C′*. Si la distancia entre *A′* y *B′* es 6 centímetros, ¿cuál es la distancia entre *A′C′* y *B′C′*?**

$$\frac{3}{6} = \frac{4}{B'C'} = \frac{7}{A'C'} \Rightarrow \begin{cases} B'C' = 8 \text{ centímetros} \\ A'C' = 14 \text{ centímetros} \end{cases}$$

8.13 **La sala de una biblioteca tiene base rectangular cuyos lados miden 12 y 15 metros, respectivamente. ¿Cuánto mide la diagonal?**

Aplicando el teorema de Pitágoras: $d^2 = 12^2 + 15^2 = 369 \Rightarrow d = 19{,}2$ metros.

8.14 **Averigua cuáles de los siguientes datos corresponden a triángulos rectángulos.**

a) 9, 15 y 17

b) 6, 8 y 10

c) 9, 12 y 15

d) 12, 16 y 19

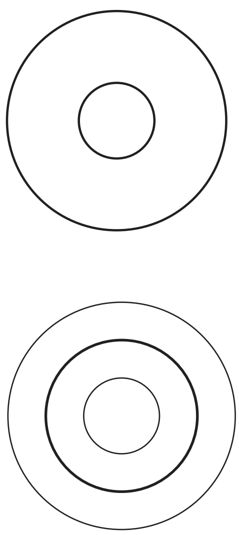
a) $17^2 = 289 \neq 306 = 81 + 225 = 9^2 + 15^2$. No es triángulo rectángulo.

b) $10^2 = 100 = 36 + 64 = 6^2 + 8^2$. Es triángulo rectángulo.

c) $15^2 = 225 = 81 + 144 = 9^2 + 12^2$. Es triángulo rectángulo.

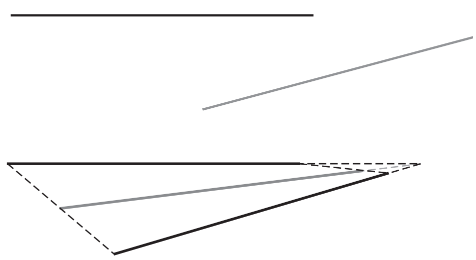
d) $19^2 = 361 \neq 400 = 144 + 256 = 12^2 + 16^2$. No es triángulo rectángulo.

8.15 **Copia las circunferencias de la figura y dibuja el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de ambas. Describe la figura resultante.**



La figura obtenida es una circunferencia concéntrica con las dos dadas, siendo la longitud del radio la media aritmética de las longitudes de los radios de las circunferencias dadas.

8.16 **Copia los segmentos de la figura y dibuja el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de ambos. Describe la figura resultante.**



La figura obtenida es parte de la bisectriz del ángulo formado por la prolongación de los segmentos dados.

8.17 Halla el área de un triángulo isósceles cuyos lados miden 8, 6 y 6 centímetros.

Averiguamos primero la altura, h, sobre el lado desigual. Dividiendo el triángulo por dicha altura obtenemos un triángulo rectángulo que cumple que $6^2 = h^2 + 4^2$. Despejamos h y obtenemos la altura, $h = 4{,}5$ centímetros.

Calculamos el área del triángulo: $A = \dfrac{8 \cdot 4{,}5}{2} = 18 \text{ cm}^2$.

8.18 Calcula el área y el perímetro de un rombo cuyas diagonales miden 18 y 12 centímetros.

$A = \dfrac{18 \cdot 12}{2} = 108 \text{ cm}^2$

Se calcula el lado como la hipotenusa del triángulo rectángulo que tiene por catetos las mitades de las dos diagonales del rombo:

$L = \sqrt{9^2 + 6^2} = 10{,}82$

$P = 4 \cdot 10{,}82 = 43{,}28 \text{ cm}$

8.19 La diagonal menor de un rombo mide 6 centímetros y el lado 5 centímetros. Determina su área.

Las diagonales se cortan en el punto medio. Dibujamos un triángulo rectángulo cuyos catetos son la mitad de cada una de las diagonales, y la hipotenusa, un lado.

$5^2 = 3^2 + c^2 \Rightarrow c = 4 \text{ cm} \Rightarrow D = 8 \text{ cm}$

$A = \dfrac{8 \cdot 6}{2} = 24 \text{ cm}^2$

8.20 ¿Cuánto mide el área de un hexágono regular de 20 centímetros de lado?¿Y su perímetro?

Formamos un triángulo rectángulo de catetos la apotema y la mitad de un lado, y de hipotenusa el segmento que va desde el centro del hexágono hasta uno de los vértices, que coincide con el radio de la circunferencia circunscrita, el cual, por tratarse de un hexágono regular, mide lo mismo que el lado del hexágono.

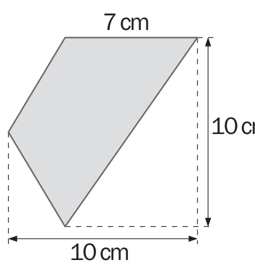
$20^2 = 10^2 + ap^2 \Rightarrow ap = 17{,}3 \text{ cm}$

$A = \dfrac{(6 \cdot 20) \cdot 17{,}3}{2} = 1\,038 \text{ cm}^2$

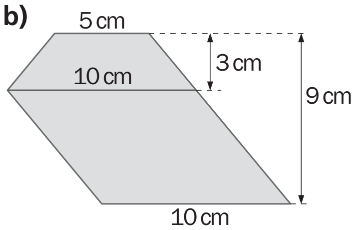
$P = 6 \cdot 20 = 120 \text{ cm}$

8.21 Averigua el área de estas figuras.

a)



b)



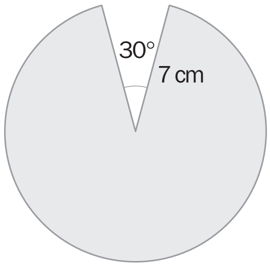
a) Sumamos el área de los dos triángulos: $A = \dfrac{10 \cdot 7}{2} + \dfrac{10 \cdot 3}{2} = 35 + 15 = 50 \text{ cm}^2$

b) Para calcular el área sumamos el área del trapecio y la del romboide.

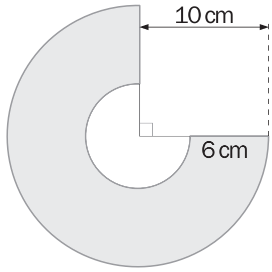
$A = \dfrac{(10 + 5) \cdot 3}{2} + 10 \cdot (9 - 3) = \dfrac{165}{2} = 82{,}5 \text{ cm}^2$

8.22 Halla el área de las siguientes figuras.

a)



b)

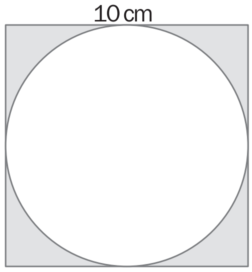


a) Sector circular: $A = \dfrac{\pi \cdot 7^2 \cdot 330}{360} = 141{,}11 \text{ cm}^2$

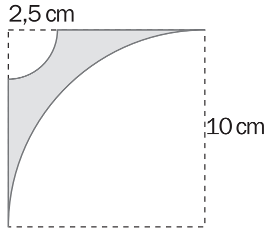
b) Trapecio circular: $A = \dfrac{\pi \cdot 270 \cdot (10^2 - 6^2)}{360} = 48\pi = 150{,}80 \text{ cm}^2$

8.23 Calcula el área de las figuras sombreadas.

a)



b)



a) $A_{\text{Cuadrado}} - A_{\text{Círculo}} = 10^2 - \pi \cdot 5^2 = 21{,}46 \text{ cm}^2$

b) $A_{\text{Cuadrado}} - A_{\text{SecCirc1}} - A_{\text{SecCirc2}} = 10^2 - \dfrac{\pi \cdot 10^2 \cdot 90}{360} - \dfrac{\pi \cdot 2{,}5^2 \cdot 90}{360} = 100 - 78{,}54 - 4{,}91 = 16{,}55 \text{ cm}^2$