

## 6 EXPRESIONES FRACCIONARIAS Y RADICALES

### REFUERZO

#### Fracciones y radicales equivalentes

6.65 Simplifica estas fracciones algebraicas.

a)  $\frac{xy - y}{x - 1}$

b)  $\frac{x^2 - 4}{2x - 4}$

c)  $\frac{x - 1}{x^2 + x - 1}$

d)  $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 6}$

a)  $\frac{xy - y}{x - 1} = \frac{(x - 1)y}{x - 1} = y$

c)  $\frac{x - 1}{x^2 + x - 1}$ . No se simplifica.

b)  $\frac{x^2 - 4}{2x - 4} = \frac{(x + 2)(x - 2)}{2(x - 2)} = \frac{x + 2}{2}$

d)  $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 6} = \frac{(x - 1)(x + 3)}{(x - 2)(x + 3)} = \frac{x - 1}{x - 2}$

6.66 Simplifica las siguientes expresiones radicales.

a)  $\sqrt[15]{x^5y^{20}z^{10}}$

b)  $\sqrt[3]{x^{14}y^7z^{23}}$

c)  $\sqrt[12]{a^4b^8c^6}$

d)  $\sqrt[8]{x^2y^4z^8}$

a)  $\sqrt[15]{x^5y^{20}z^{10}} = \sqrt[3]{xy^4z^2}$

c)  $\sqrt[12]{a^4b^8c^6} = \sqrt[6]{a^2b^4c^3}$

b)  $\sqrt[3]{x^{14}y^7z^{23}}$ . No se puede simplificar.

d)  $\sqrt[8]{x^2y^4z^8} = \sqrt[4]{xy^2z^4}$

6.67 Calcula el valor de cada fracción para  $x = -2$  y para  $x = 1$ .

a)  $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 3x + 2}$

b)  $\frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 + x - 2}$

a)  $\frac{(-2)^2 - (-2) - 6}{(-2)^2 + 3 \cdot (-2) + 2} = \frac{0}{0}$ . Indeterminado.

b)  $\frac{1^3 - 2 \cdot 1^2 - 1 + 2}{1^2 + 1 - 2} = \frac{0}{0}$ . Indeterminado.

$\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 3x + 2} = \frac{(x + 2)(x - 3)}{(x + 2)(x + 1)} = \frac{x - 3}{x + 1}$

$\frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 + x - 2} = \frac{(x - 1)(x^2 - x - 2)}{(x - 1)(x + 2)} = \frac{x^2 - x - 2}{x + 2}$

Sustituimos  $x = -2$ ,  $\frac{-2 - 3}{-2 + 1} = 5$ .

Sustituimos  $x = -2$ ,  $\frac{(-2)^2 - (-2) - 2}{-2 + 2} = \frac{6}{0}$ . No existe valor numérico.

Sustituimos  $x = 1$ ,  $\frac{1 - 3}{1 + 1} = -1$ .

Sustituimos  $x = 1$ ,  $\frac{1^2 - 1 - 2}{1 + 2} = -\frac{2}{3}$ .

6.68 ¿Cuál de las siguientes expresiones radicales no es equivalente a  $\sqrt[3]{xy^2z}$ ?

a)  $\sqrt[6]{x^2y^4z^2}$

b)  $\sqrt[9]{x^3y^6z^2}$

c)  $\sqrt[12]{x^4y^8z^4}$

La b, porque  $\sqrt[3]{xy^2z} = \sqrt[9]{x^3y^6z^3} \neq \sqrt[9]{x^3y^6z^2}$

6.69 ¿Cuál de estas fracciones algebraicas no es equivalente a  $\frac{x^3 + 5x^2 + 6x}{x^4 + 2x^3 - 3x^2}$ ?

a)  $\frac{x^2 + 2x}{x^2(x - 1)}$

b)  $\frac{x^2 + 3x}{x^2 \cdot (x - 1)}$

c)  $\frac{x + 2}{x^2 - x}$

$\frac{x^3 + 5x^2 + 6x}{x^4 + 2x^3 - 3x^2} = \frac{x(x^2 + 5x + 6)}{x^2(x^2 + 2x - 3)} = \frac{x(x + 2)(x + 3)}{x^2(x - 1)(x + 3)}$

La fracción no equivalente es la b.

## 6 EXPRESIONES FRACCIONARIAS Y RADICALES

### Operaciones con fracciones algebraicas

6.70 Realiza las operaciones.

$$\text{a) } \frac{3x}{x-5} + \frac{2x-1}{x+2} \quad \text{b) } \frac{2x-1}{x^2-4} - \frac{3x-1}{x-2} \quad \text{c) } \frac{2x-1}{3x} \cdot \frac{x+2}{x^2-3x+1} \quad \text{d) } \frac{x^2-x+1}{x^3} : \frac{4x-7}{x+1}$$

$$\text{a) } \frac{3x}{x-5} + \frac{2x-1}{x+2} = \frac{3x(x+2) + (2x-1)(x-5)}{(x-5)(x+2)} = \frac{5x^2 - 5x + 5}{x^2 - 3x - 10}$$

$$\text{b) } \frac{2x-1}{x^2-4} - \frac{3x-1}{x-2} = \frac{2x-1 - (3x-1)(x+2)}{x^2-4} = \frac{-3x^2 - 3x + 1}{x^2-4}$$

$$\text{c) } \frac{2x-1}{3x} \cdot \frac{x+2}{x^2-3x+1} = \frac{(2x-1)(x+2)}{3x(x^2-3x+1)} = \frac{2x^2 + 3x - 2}{3x^3 - 9x^2 + 3x}$$

$$\text{d) } \frac{x^2-x+1}{x^3} : \frac{4x-7}{x+1} = \frac{(x^2-x+1)(x+1)}{x^3(4x-7)} = \frac{x^3+1}{4x^4-7x^3}$$

6.71 Opera y simplifica.

$$\text{a) } \left( \frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2} \right) \cdot \left( x - \frac{4}{x} \right) \quad \text{b) } \left( \frac{1}{x} - \frac{x}{x-1} \right) : \left( \frac{1}{x} + \frac{x}{x-1} \right)$$

$$\text{a) } \left( \frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2} \right) \cdot \left( x - \frac{4}{x} \right) = \frac{(x+2)^2 - (x-2)^2}{x^2-4} \cdot \frac{x^2-4}{x} = 8$$

$$\text{b) } \left( \frac{1}{x} - \frac{x}{x-1} \right) : \left( \frac{1}{x} + \frac{x}{x-1} \right) = \frac{x-1-x^2}{x(x-1)} : \frac{x-1+x^2}{x(x-1)} = \frac{-x^2+x-1}{x^2+x-1}$$

### Operaciones con expresiones radicales

6.72 Realiza las operaciones.

$$\text{a) } \sqrt[3]{xy} \cdot \sqrt[3]{x^2y} \quad \text{c) } \sqrt[3]{x^2y} \cdot \sqrt[5]{x^4y^3} \quad \text{e) } (\sqrt[4]{x^2y^3})^3$$

$$\text{b) } \sqrt[5]{x^2y} : \sqrt[5]{xy} \quad \text{d) } \sqrt[6]{\sqrt[3]{xy}} \quad \text{f) } \sqrt[3]{x^4y} : \sqrt[9]{x^3y^2}$$

$$\text{a) } \sqrt[3]{xy} \cdot \sqrt[3]{x^2y} = \sqrt[3]{xy \cdot x^2y} = x\sqrt[3]{y^2}$$

$$\text{d) } \sqrt[6]{\sqrt[3]{xy}} = \sqrt[6 \cdot 3]{xy} = \sqrt[18]{xy}$$

$$\text{b) } \sqrt[5]{x^2y} : \sqrt[5]{xy} = \sqrt[5]{x^2y : xy} = \sqrt[5]{x}$$

$$\text{e) } (\sqrt[4]{x^2y^3})^3 = \sqrt[4 \cdot 3]{(x^2y^3)^3} = xy^2\sqrt[4]{x^2y}$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{x^2y} \cdot \sqrt[5]{x^4y^3} = \sqrt[15]{x^{10}y^5x^{12}y^9} = x\sqrt[15]{x^7y^{14}}$$

$$\text{f) } \sqrt[3]{x^4y} : \sqrt[9]{x^3y^2} = \sqrt[9]{x^{12}y^3 : x^3y^2} = x\sqrt[9]{y}$$

6.73 Extrae factores de los siguientes radicales.

$$\text{a) } \sqrt[5]{x^{17}y^7} \quad \text{b) } \sqrt[7]{x^{22}y^8} \quad \text{c) } \sqrt[6]{x^{12}y^3} \quad \text{d) } \sqrt{x^{13}y^4}$$

$$\text{a) } \sqrt[5]{x^{17}y^7} = x^3y\sqrt[5]{x^2y^2}$$

$$\text{c) } \sqrt[6]{x^{12}y^3} = x^2\sqrt[6]{y^3}$$

$$\text{b) } \sqrt[7]{x^{22}y^8} = x^3y\sqrt[7]{xy}$$

$$\text{d) } \sqrt{x^{13}y^4} = x^6y^2\sqrt{x}$$

6.74 Calcula estas sumas de radicales.

$$\text{a) } \sqrt{4x} - 3\sqrt{x^5} + x\sqrt{x^3} \quad \text{b) } \sqrt[4]{x^5} + \sqrt[4]{x^9} - \sqrt[4]{x}$$

$$\text{a) } \sqrt{4x} - 3\sqrt{x^5} + x\sqrt{x^3} = 2\sqrt{x} - 3x^2\sqrt{x} + x^2\sqrt{x} = (2 - 2x^2)\sqrt{x}$$

$$\text{b) } \sqrt[4]{x^5} + \sqrt[4]{x^9} - \sqrt[4]{x} = x\sqrt[4]{x} + x^2\sqrt[4]{x} - \sqrt[4]{x} = (x^2 + x - 1)\sqrt[4]{x}$$