AMPLIACIÓN

6.75 Opera y simplifica.

a) $\dfrac{\sqrt[4]{a^3b^2}\cdot\sqrt[3]{a^4b^5}}{\sqrt[6]{a^5b^4}\cdot\sqrt{ab}}$ b) $\dfrac{\sqrt[4]{x^2y^3}\cdot\sqrt[6]{x^4y^6}}{\sqrt[10]{x^3y^2}}$

a) $\dfrac{\sqrt[4]{a^3b^2}\cdot\sqrt[3]{a^4b^5}}{\sqrt[6]{a^5b^4}\cdot\sqrt{ab}}=\dfrac{\sqrt[12]{(a^3b^2)^3(a^4b^5)^4}}{\sqrt[12]{(a^5b^4)^2(ab)^6}}=\sqrt[12]{\dfrac{a^{25}b^{26}}{a^{16}b^{14}}}=\sqrt[12]{a^9b^{12}}=b\sqrt[12]{a^9}$

b) $\dfrac{\sqrt[4]{x^2y^3}\cdot\sqrt[6]{x^4y^6}}{\sqrt[10]{x^3y^2}}=\dfrac{\sqrt[12]{(x^2y^3)^3(x^4y^6)^2}}{\sqrt[10]{x^3y^2}}=\dfrac{xy\sqrt[12]{x^2y^9}}{\sqrt[10]{x^3y^2}}=xy\sqrt[120]{\dfrac{x^{20}y^{90}}{x^{36}y^{24}}}=xy\sqrt[60]{\dfrac{y^{33}}{x^8}}$

6.76 Opera las siguientes fracciones algebraicas.

a) $1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}}$ b) $2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{x}}}$

a) $1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{x}}}=1-\dfrac{1}{1-\dfrac{1}{\dfrac{x-1}{x}}}=1-\dfrac{1}{1-\dfrac{x}{x-1}}=1-\dfrac{1}{\dfrac{x-1-x}{x-1}}=1-\dfrac{x-1}{-1}=x$

b) $2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{x}}}=2-\dfrac{1}{2-\dfrac{1}{\dfrac{2x-1}{x}}}=2-\dfrac{1}{2-\dfrac{x}{2x-1}}=2-\dfrac{1}{\dfrac{4x-2-x}{2x-1}}=2-\dfrac{2x-1}{3x-2}=\dfrac{4x-3}{3x-2}$

6.77 Calcula cuánto han de valer los números *A* y *B*, para que se verifique la siguiente igualdad:

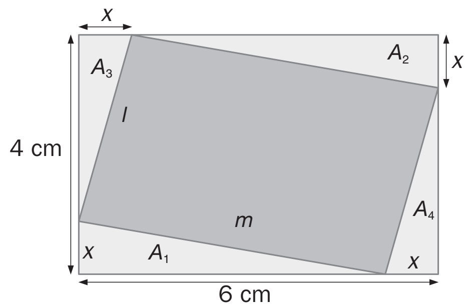
$$\frac{A}{x^2-3x}+\frac{B}{x^2}=\frac{3x-6}{x^3-3x^2}$$

$\dfrac{A}{x^2-3x}+\dfrac{B}{x^2}=\dfrac{Ax^2+B(x^2-3x)}{(x^2-3x)x^2}=\dfrac{(A+B)x-3B}{(x^2-3x)x}=\dfrac{3x-6}{x^3-3x^2}\Rightarrow\begin{cases}A+B=3\\3B=6\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}A=1\\B=2\end{cases}$

6.78 Escribe con un solo radical la siguiente expresión $x\sqrt{y\sqrt{z\sqrt[3]{t}}}$.

$x\sqrt{y\sqrt{z^3\sqrt{t}}}=\sqrt{x^2y\sqrt{z^3\sqrt{t}}}=\sqrt{\sqrt{x^4y^2z^3\sqrt{t}}}=\sqrt[4]{x^4y^2z^3\sqrt{t}}=\sqrt[4]{\sqrt[3]{x^{12}y^6z^3t}}=\sqrt[12]{x^{12}y^6z^3t}$

6.79 Expresa el área del cuadrilátero coloreado, mediante un polinomio en *x*.



¿Cuánto miden los lados de dicho cuadrilátero?

Para resolver el problema, le restaremos al área del rectángulo grande el área de los cuatro triángulos rectángulos, que son iguales dos a dos: $A_1 = A_2$ y $A_3 = A_4$.

$\text{Área } (A_1) = \text{Área } (A_2) = \dfrac{(6 - x)x}{2}$; $\text{Área } (A_3) = \text{Área } (A_4) = \dfrac{(4 - x)x}{2}$

Área del rectángulo $= 4 \cdot 6 = 24$ cm²; *Área de la figura* $= 24 - (6 - x)x - (4 - x)x = 2x^2 - 10x + 24$ cm²

El cuadrilátero es un paralelogramo, y, por tanto, tiene los lados iguales dos a dos.

Usamos el teorema de Pitágoras para calcular los lados *l* y *m* del paralelogramo:

$l = \sqrt{(4 - x)^2 + x^2} = \sqrt{2x^2 - 8x + 16}$ cm y $m = \sqrt{(6 - x)^2 + x^2} = \sqrt{2x^2 - 12x + 36}$ cm