

5 DIVISIÓN DE POLINOMIOS. RAÍCES

AMPLIACIÓN

- 5.74 Halla los valores que han de tomar m y n , para que el polinomio $P(x) = 2x^5 - x^4 + x^3 + mx^2 + nx - 2$ sea divisible por $x^2 - 1$.

$$\begin{array}{r} 2x^5 - x^4 + x^3 + mx^2 + nx - 2 \quad | \quad x^2 - 1 \\ \underline{-2x^5 } \\ -x^4 + 3x^3 \\ \underline{x^4 } \\ 3x^3 + (m-1)x^2 \\ \underline{-3x^3 } \\ (m-1)x^2 + (3+n)x \\ \underline{-(m-1)x^2 } \\ (3+n)x + (m-3) \end{array}$$

El resto tiene que ser 0, así que: $\begin{cases} 3+n=0 \\ m-3=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} n=-3 \\ m=3 \end{cases}$

- 5.75 La descomposición factorial de un polinomio $P(x)$ es $(x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-3)^2$.

Escribe un polinomio de tercer grado que, siendo divisor de $P(x)$ sea, a la vez, divisible por $x+1$ y por $x-3$, siendo su coeficiente principal 3.

Buscamos $Q(x)$ tal que el resto de $P(x) : Q(x)$ sea 0. Y además, $Q(x)$ divisible por $x+1$ y $x-3$, es decir, que ambos sean factores de $Q(x)$. Le falta un factor más al polinomio para que sea de grado 3, y como tiene que dividir a $P(x)$, este tendrá que ser alguno de los factores de $P(x)$.

De modo que $Q(x) = (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-3)$ o $Q(x) = (x+1) \cdot (x-3)^2$.

- 5.76 Si tenemos el polinomio $P(x) = x^2 - 4x + c$, ¿para qué valores de c se tienen estas factorizaciones?

a) $(x-a) \cdot (x-b)$

b) $(x-a)^2$

c) Irreducible

a) $(x-a) \cdot (x-b) = x^2 - (a+b)x + ab$. Tenemos que:

$$\begin{cases} a+b=4 \\ ab=c \\ a, b, c \in \mathbb{Z} \\ c > 0 \end{cases} \cdot \text{De donde hay dos posibles soluciones } (a, b) = (3, 1) \text{ ó } (2, 2).$$

Por tanto, $c = 3$ ó 4

b) $(x-a)^2 = x^2 - 2ax + a^2$

$$\begin{cases} 2a=4 \\ a^2=c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ c=4 \end{cases}$$

c) Para esto tiene que cumplirse que la ecuación de segundo grado no tenga raíces reales. Para ello, $b^2 - 4ac < 0$. En nuestro caso, $4^2 - 4 \cdot 1 \cdot c < 0 \Rightarrow 16 - 4c < 0 \Rightarrow 4 < c$.

5 DIVISIÓN DE POLINOMIOS. RAÍCES

5.77 Tres amigos piensan una condición para un polinomio.

Escribe el polinomio de grado tres que cumpla las tres condiciones.



Vamos a ver cuáles son las tres raíces del polinomio $x^2 - 10x + 24$.

$$\begin{array}{r|rrr} & 1 & -10 & 24 \\ 4 & & 4 & -24 \\ \hline & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$$x^2 - 10x + 24 = (x - 4)(x - 6)$$

La media de 6 y 4 es 5.

El polinomio buscado es $2(x - 4)(x - 6)(x - 5)$.