

3. Proporcionalidad directa e inversa

PROBLEMAS PARA APLICAR

3.66 La producción de bolígrafos y cuadernos está en una relación de 8 a 5. Si la producción de bolígrafos disminuye en un 15 % y la de cuadernos aumenta en un 20 %.

¿En qué relación queda la producción? (Expresa la relación en números enteros)

Calculamos la disminución de la producción de bolígrafos: $5 \cdot \left(1 - \frac{15}{100}\right) = 4,25$

Calculamos el aumento de la producción de cuadernos: $8 \cdot \left(1 + \frac{20}{100}\right) = 9,6$

La relación después de las variaciones de producción es: $\frac{9,6}{4,25} = \frac{960}{425} = \frac{192}{85}$

Así, la relación de la producción de bolígrafos y cuadernos es de 192 a 85.

3.67 Un cultivo de bacterias de un laboratorio tiene 120 000 bacterias. Una enfermedad produce la muerte del 16 % de su población. Tratadas las bacterias supervivientes con un producto muy eficaz se consigue aumentar la población en un 14 %.

Entonces, ¿cuántas bacterias forman la población finalmente?

Las bacterias que quedan después de la enfermedad son: $120\,000 \cdot \left(1 - \frac{16}{100}\right) = 100\,800$

Tratando las bacterias con el producto ocurre que: $100\,800 \cdot \left(1 + \frac{14}{100}\right) = 114\,912$

Así, finalmente tenemos una población de 114 912 bacterias.

3.68 Observa el anuncio de rebajas.

a) ¿Están rebajados estos artículos proporcionalmente?

b) Si no es así, ¿cuál lo está más?

a) La relación entre los precios antes de las rebajas es:

$$\frac{59,85}{31,50} = 1,9$$

La relación entre los precios después de las rebajas es de

$$\frac{50}{23,9} = 2,09$$

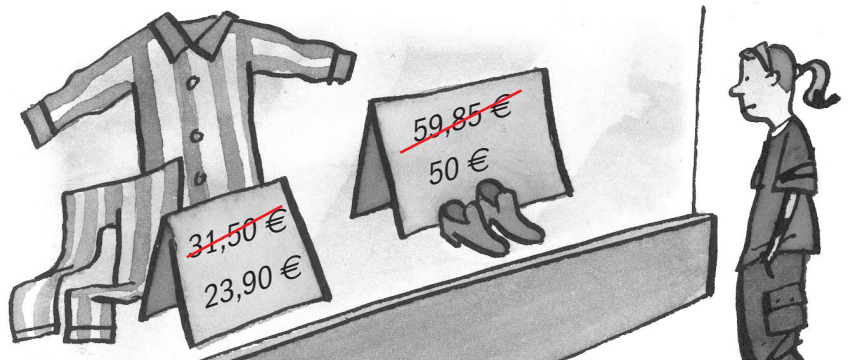
Si los artículos estuviesen rebajados proporcionalmente, se conservaría la constante de proporcionalidad entre los precios, y no es así. Luego no están rebajados proporcionalmente.

b) Calculamos cuál es el descuento del pijama y el de los zapatos.

$$31,50 \cdot \left(1 - \frac{x}{100}\right) = 23,9 \Rightarrow 31,50 - 23,90 = 31,50 \cdot \frac{x}{100} \Rightarrow x = 24,13$$

$$59,85 \cdot \left(1 - \frac{x}{100}\right) = 50 \Rightarrow 59,85 - 50 = 59,85 \cdot \frac{x}{100} \Rightarrow x = 16,45$$

El descuento del pijama es de un 24,13 %, y el de los zapatos, de un 16,45 %. Es mayor el descuento del pijama.



3. Proporcionalidad directa e inversa

3.69 En un centro escolar, de los 210 alumnos de 3.º de ESO se inscriben en una actividad extraescolar 170. Mientras que de los 160 alumnos de 4.º de ESO se apuntan 130.

¿Qué curso, 3.º o 4.º, ha mostrado más interés por la actividad?

$$\frac{170}{210} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 80,95\% \text{ participan en la actividad de 3.º de ESO.}$$

$$\frac{130}{160} = \frac{y}{100} \Rightarrow y = 81,25\% \text{ participan en la actividad de 4.º de ESO.}$$

Han mostrado más interés los alumnos de 4.º de ESO.

3.70 Una fiesta de disfraces tiene una relación chicos-chicas de 5 a 3. Llegan 3 chicas más y la relación pasa a ser de 10 a 7.

¿Cuántas personas hay en la fiesta?

Inicialmente tenemos una relación de $\frac{5}{3} = \frac{5x}{3x}$, donde $5x$ es el número de chicos, y $3x$, el de chicas.

$$\text{Cuando llegan las chicas: } \frac{5x}{3x+3} = \frac{10}{7} \Rightarrow 35x = 30x + 30 \Rightarrow 5x = 30 \Rightarrow x = 6$$

Podemos ahora calcular el número de gente que hay en la fiesta: $5 \cdot 6 = 30$ chicos, y $3 \cdot 6 + 3 = 21$ chicas. Hay 51 personas en la fiesta.

3.71 Dos empresas alquilan un almacén por 3 500 euros. La primera guarda 40 contenedores y la segunda 300 sacos.

¿Cuánto tendría que pagar cada una si un contenedor ocupa lo mismo que 10 sacos?

Tenemos la relación $\frac{1 \text{ contenedor}}{10 \text{ sacos}} = \frac{40 \text{ contenedores}}{400 \text{ sacos}}$. Ahora que tenemos todo expresado en la misma unidad, podemos hacer un reparto proporcional.

$$400k + 300k = 3\,500 \Rightarrow 700k = 3\,500 \Rightarrow k = \frac{3\,500}{700} = 5$$

La empresa de los contenedores paga 2 000 euros, y la que guarda sacos, 1 500.

3.72 Entre tres pintores han pintado la fachada de un edificio, y han cobrado 4 160 euros. El primero ha trabajado 15 días, el segundo 12 días, y el tercero 25 días.

¿Cuánto dinero tiene que recibir cada uno?

Sea k la constante de proporcionalidad directa.

Al primero le corresponden $15k$; al segundo, $12k$, y al tercero, $25k$.

$$\text{Así, } 15k + 12k + 25k = 4\,160 \Rightarrow 52k = 4\,160 \Rightarrow k = 80$$

El primero recibe $15 \cdot 80 = 1\,200$ euros; el segundo, $12 \cdot 80 = 960$, y el tercero, $25 \cdot 80 = 2\,000$ euros.

3. Proporcionalidad directa e inversa

3.73 Los ingredientes de una receta para un postre casero son: 1 vaso de mantequilla; 3 huevos; 1,5 vasos de azúcar; 2 vasos de harina.

Si solo tenemos 2 huevos, ¿cómo debemos modificar los restantes ingredientes de la receta para poder hacer el postre?

$$\frac{1}{3} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{2}{3} \text{ de vaso de mantequilla}$$

$$\frac{1,5}{3} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 1 \text{ vaso de azúcar}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{4}{3} \text{ de vaso de harina}$$

3.74 Dos empresas aceptan realizar un trabajo en colaboración cobrando entre las dos 3 000 euros. Una, con tres personas, trabajó 5 días. La otra, con 4 ayudantes, trabajó 6 días.

¿Qué dinero debe recibir cada empresa?

La primera tuvo 3 personas trabajando 5 días, lo que supone 15 pagas. Le corresponden x euros.

La segunda tuvo 4 personas trabajando 6 días, lo que supone 24 pagas. Le corresponden $3\,000 - x$ pagas.

$$\frac{15}{x} = \frac{24}{3\,000 - x} \Rightarrow 45\,000 - 15x = 24x \Rightarrow 45\,000 = 39x \Rightarrow x = \frac{45\,000}{39} = 1\,153,85 \text{ €}$$

La primera empresa tiene que recibir 1 153,85 euros, y la segunda, 1 846,15.

3.75 Un propietario alquila una finca de 105 000 metros cuadrados a tres labradores, distribuyéndola entre los tres proporcionalmente al número de personas de cada familia. La familia del labrador A se compone de 4 personas, la del B de 5 y la del C de 6.

Calcula la parte de terreno que le corresponde a cada uno.

Hacemos el reparto proporcional: $4k + 5k + 6k = 105\,000 \Rightarrow 15k = 105\,000 \Rightarrow k = 7\,000$

A la familia del labrador A le corresponden 28 000 metros cuadrados. La familia del labrador B tendrá un terreno de 35 000 metros cuadrados. Y la del labrador C se queda con 42 000 metros cuadrados.

3.76 En una prueba ciclista se reparte un premio de 16 650 euros, entre los tres primeros corredores, de modo inversamente proporcional al tiempo que han tardado en llegar. El primero tarda 12 minutos, el segundo 15 minutos y el tercero 18 minutos.

¿Cuánto le corresponde a cada uno?

Sea k la constante de proporcionalidad inversa.

Al primero le corresponden $\frac{k}{12}$; al segundo, $\frac{k}{15}$, y al tercero, $\frac{k}{18}$.

$$\text{Así, } \frac{k}{12} + \frac{k}{15} + \frac{k}{18} = 16\,650 \Rightarrow \frac{37k}{180} = 16\,650 \Rightarrow k = 81\,000$$

El primero recibe $\frac{81\,000}{12} = 6\,750$ euros; el segundo, $\frac{81\,000}{15} = 5\,400$, y el tercero, $\frac{81\,000}{18} = 4\,500$.

3. Proporcionalidad directa e inversa

3.77 Una persona leyendo 4 horas diarias, a razón de 15 páginas por hora, tarda en leer un libro 10 días. Si leyendo a razón de 12 páginas por hora tardase 20 días, ¿cuántas horas diarias leería?

A razón de 15 páginas por hora se tardan 10 días leyendo 4 horas diarias.

A razón de 1 página por hora se tardan 10 días leyendo $4 \cdot 15 = 60$ páginas diarias.

A razón de 1 página por hora se tarda 1 día leyendo $4 \cdot 15 \cdot 10 = 600$ páginas diarias.

A razón de 10 páginas por hora se tarda 1 día leyendo $\frac{600}{10} = 60$ horas diarias.

A razón de 10 páginas por hora se tardan 20 días leyendo $\frac{60}{20} = 3$ horas diarias.

Necesita 3 horas diarias.

3.78 Ocho bombillas iguales, encendidas durante 4 horas diarias, han consumido en 30 días, 49 kilovatios. ¿Cuánto consumirán 6 bombillas iguales a las anteriores, encendidas 3 horas diarias, durante 20 días?

8 bombillas _____ 4 horas _____ 30 días _____ 49 kWh

6 bombillas _____ 3 horas _____ 20 días _____ x kWh

Se puede pasar a proporcionalidad simple fácilmente:

4 horas en 30 días son 120 horas, 8 bombillas son 960 horas.

3 horas en 20 días son 60 horas, 6 bombillas son 360 horas.

Ahora, proporcionalmente:

$$\frac{360}{49} = \frac{360}{x} \Rightarrow \frac{49 \cdot 360}{960} = 18,38 \text{ kWh}$$

3.79 Se reparte un número N , en partes inversamente proporcionales a 4, 5 y 9. La parte correspondiente a 4 es 900. ¿Qué les corresponde a los otros dos números, y qué número es N ?

Sea k la constante de proporcionalidad inversa.

A 4 le corresponden $\frac{k}{4} = 900$, luego $k = 3600$.

A 5 le corresponden $\frac{3600}{5} = 720$.

A 9 le corresponden $\frac{3600}{9} = 400$.

Luego el número $N = 900 + 720 + 400 = 2020$