

### 3. Proporcionalidad directa e inversa

#### EJERCICIOS PROPUESTOS

3.1 Escribe Halla el valor de  $x$  para que se cumplan las siguientes proporciones.

a)  $\frac{12}{3} = \frac{4}{x}$

b)  $\frac{9}{60} = \frac{x}{40}$

c)  $\frac{15}{x} = \frac{3}{36}$

a)  $x = \frac{12}{4 \cdot 3} = 1$

b)  $x = \frac{9 \cdot 40}{60} = 6$

c)  $x = \frac{15 \cdot 36}{3} = 180$

3.2 Luis y Carlos cambian divisas. Luis cambia 5 500 soles del Perú y le dan 1 270 euros. A Carlos le dan 1 062 euros.

a) ¿Cuántos soles ha cambiado Carlos?

b)Cuál es el cambio euro-sol?

a)  $\frac{5\,500}{1\,270} = \frac{x}{1\,062} \Rightarrow 5\,500 \cdot 1\,062 = 1\,270 \cdot x \Rightarrow x = \frac{5\,841\,000}{1\,270} = 4\,599,2$

Carlos ha cambiado 4 599,20 soles. (No hay monedas de un céntimo de soles del Perú, la menor es de 20 céntimos.)

b)  $\frac{5\,500}{1\,270} = \frac{1}{x} \Rightarrow 5\,500 \cdot x = 1\,270 \Rightarrow x = 0,2$

Un sol del Perú equivale a 20 céntimos de euro.

3.3 Indica si las siguientes magnitudes son directamente proporcionales.

a) Millones de euros que se dedican a combatir el hambre en el mundo y número de personas fallecidas a causa del hambre.

b) Velocidad de un coche y tiempo que tarda en recorrer una distancia determinada.

c) Kilogramos de pintura y superficie pintada.

Razona la respuesta.

a) No son directamente proporcionales. Cuanto más dinero se destine a combatir el hambre, menos personas morirán.

b) No son directamente proporcionales. Si se dobla la velocidad, el tiempo en recorrer una distancia determinada se reduce a la mitad.

c) Son directamente proporcionales.

Si doblamos la cantidad de pintura, podremos pintar el doble de superficie.

### 3. Proporcionalidad directa e inversa

#### 3.4 Reparte 450 de forma directamente proporcional a 25, 50 y 75.

$$25k + 50k + 75k = 450 \Rightarrow 150k = 450 \Rightarrow k = 3$$

De las 450 unidades, la parte proporcional a 25 es 75, la parte proporcional a 50 es 150 y la parte proporcional a 75 es 225.

#### 3.5 Reparte 10 650 en proporción directa a 3, 5 y 7.

$$3k + 5k + 7k = 10\,650 \Rightarrow 15k = 10\,650 \Rightarrow k = 710$$

De las 10 650 unidades, la parte proporcional a 3 es 2 130; la parte proporcional a 5, 3 550, y la parte proporcional a 7, 4 970.

#### 3.6 Un padre quiere repartir 140 sellos entre sus dos hijos de forma directamente proporcional a sus edades, que son 13 y 15 años.

¿Cuántos sellos recibirá cada uno?

$$13k + 15k = 140 \Rightarrow 28k = 140 \Rightarrow k = 5$$

El hijo de 13 años recibirá  $13 \cdot 5 = 65$  sellos, y el de 15 años se quedará con  $15 \cdot 5 = 75$  sellos.

#### 3.7 Una máquina, A, fabrica 280 tornillos y salen 14 defectuosos. Otra máquina, B, fabrica 275 tornillos y salen 11 defectuosos.

a) ¿Cuál es el porcentaje de tornillos defectuosos fabricados por cada máquina?

b) ¿Cuál de las dos máquinas trabaja mejor?

$$\text{a) } \frac{14}{280} = \frac{x}{100} \Rightarrow 1\,400 = 280x \Rightarrow x = 5.$$

$$\frac{11}{275} = \frac{x}{100} \Rightarrow 1\,100 = 275x \Rightarrow x = 4.$$

El porcentaje de tornillos defectuosos hechos por la máquina A es del 5% y el de B es del 4%.

b) Trabaja mejor la máquina B. El porcentaje de tornillos que salen defectuosos es menor.

#### 3.8 Un análisis realizado en una granja a 7 200 animales ha permitido detectar un 24% de animales enfermos. Se emplea como tratamiento una dosis de vitamina A en 2 de cada 3 animales.

¿Cuántas dosis de vitamina A se necesitan?

Animales enfermos:  $7\,200 \cdot 0,24 = 1\,728$

Para el tratamiento planteamos la siguiente proporción:  $\frac{2}{3} = \frac{x}{1\,728} \Rightarrow x = \frac{2 \cdot 1\,728}{3} = 1\,152.$

Se necesitan 1 152 dosis de vitamina A.

#### 3.9 Aumenta las siguientes cantidades en los porcentajes que se indican.

a) 134 en un 8%.

c) 45,76 en un 12%.

b) 4 563 en un 17,3%.

d) 896,32 en un 0,4%.

$$\text{a) } 134 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right) = 144,72$$

$$\text{c) } 45,76 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right) = 51,25$$

$$\text{b) } 4\,563 \cdot \left(1 + \frac{17,3}{100}\right) = 5\,352,4$$

$$\text{d) } 896,32 \cdot \left(1 + \frac{0,4}{100}\right) = 899,9$$

### 3. Proporcionalidad directa e inversa

3.10 Disminuye las siguientes cantidades en los porcentajes que se indican.

a) 54 en un 5 %.

c) 98,7 en un 79 %.

b) 762 en un 9,6 %.

d) 2 369,83 en un 0,68 %.

$$a) 54 \cdot \left(1 - \frac{5}{100}\right) = 51,3$$

$$c) 98,7 \cdot \left(1 - \frac{79}{100}\right) = 20,73$$

$$b) 762 \cdot \left(1 - \frac{9,6}{100}\right) = 688,85$$

$$d) 2\,369,83 \cdot \left(1 - \frac{0,68}{100}\right) = 2\,353,715$$

3.11 La cantidad de 12 500 se incrementa primero en un 12 % y el resultado se vuelve a incrementar en otro 4 %. ¿Cuál es la cantidad final resultante?

$$\text{Primer incremento: } 12\,500 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right) = 14\,000$$

$$\text{Segundo incremento: } 14\,000 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right) = 14\,560$$

La cantidad final es 14 560.

3.12 El precio de una bicicleta es 175 euros. En rebajas hacen un descuento del 25 %, pero además, hay que pagar el 16 % de IVA.

¿Cuánto cuesta entonces?

$$\text{El precio de la bicicleta con el descuento es de } 175 \cdot \left(1 - \frac{25}{100}\right) = 131,25 \text{ euros.}$$

Al precio tenemos que añadirle el IVA para saber cuánto nos costará finalmente. Con lo cual, el precio final de la bicicleta es de

$$131,25 \cdot \left(1 + \frac{16}{100}\right) = 152,25 \text{ euros.}$$

3.13 ¿Es lo mismo rebajar primero un artículo un 3 % y luego encarecerlo un 4 % que encarecerlo primero un 4 % y luego rebajarlo un 3 %?

Sea el precio del artículo  $x$  euros.

$$\text{En el caso I tenemos: } \left(x \cdot \left(1 - \frac{3}{100}\right)\right) \left(1 + \frac{4}{100}\right)$$

Por las propiedades asociativa y conmutativa tenemos:

$$\left(x \cdot \left(1 - \frac{3}{100}\right)\right) \left(1 + \frac{4}{100}\right) = x \left(1 - \frac{3}{100}\right) \left(1 + \frac{4}{100}\right) = x \left(1 + \frac{4}{100}\right) \left(1 - \frac{3}{100}\right) = \left(x \left(1 + \frac{4}{100}\right)\right) \left(1 - \frac{3}{100}\right)$$

Llegamos al caso II, donde primero se encarece un 4 % y luego se rebaja un 3 %.

Por tanto, es lo mismo rebajar primero un artículo un 3 % y luego encarecerlo un 4 %, que encarecerlo primero un 4 % y luego rebajarlo un 3 %.

3.14 Los productos de cierta empresa subieron un 10 % en 2002 y un 12 % en 2003, y bajaron un 4 % en 2004. ¿Cuál fue el porcentaje de variación de los precios en esos tres años?

Tomamos 100 como valor inicial para calcular los porcentajes.

$$\text{Valor final de 100 euros: } 100 \cdot 1,10 \cdot 1,12 \cdot 0,96 = 118,272$$

Por tanto, ha habido una variación positiva del 18,272 %

### 3. Proporcionalidad directa e inversa

- 3.15 La tabla representa cantidades de dos magnitudes inversamente proporcionales. Halla la constante de proporcionalidad y completa la tabla.

<i>M</i>	2	3	4	<i>y</i>
<i>M'</i>	12	8	<i>x</i>	5

Constante de proporcionalidad:  $2 \cdot 12 = 3 \cdot 8 = 4 \cdot x = y \cdot 5 = 24$ .

De donde obtenemos que  $x = \frac{24}{4} = 6$ , e  $y = \frac{24}{5} = 4,8$ .

- 3.16 La constante de proporcionalidad de dos magnitudes inversamente proporcionales es 18. Escribe cuatro parejas de cantidades que cumplan esa condición.

<i>M</i>	1	2	3	4
<i>M'</i>	18	9	6	4,5

- 3.17 Con un depósito de agua se llenan 36 jarras. ¿Cuántas jarras se podrán servir si solo se llenan hasta tres cuartos de su capacidad?

Si se llenan menos, se podrán servir más jarras. Son magnitudes inversamente proporcionales.

$36 \cdot 1 = (\text{N.º de jarras}) \cdot \frac{3}{4}$ . Se podrán llenar 48 jarras.

- 3.18 Para abonar un campo de cultivo se han necesitado 42 300 kilogramos de un cierto abono que contiene un 25 % de nitratos.

¿Cuántos kilogramos se necesitarían de otro tipo de abono que contiene un 36 % de nitratos, para que el campo recibiese la misma cantidad de nitratos?

Buscamos la constante:  $42\,300 \cdot 25 = 1\,057\,500$

Para el abono al 36 %:  $x \cdot 36 = 1\,057\,500$ , luego  $x = 29\,375$  kilogramos

- 3.19 Reparte 93 en partes inversamente proporcionales a 2, 3 y 5.

$$\frac{1}{2}k + \frac{1}{3}k + \frac{1}{5}k = 93 \Rightarrow \frac{15k + 10k + 6k}{30} = 93 \Rightarrow 31k = 93 \cdot 30 \Rightarrow k = \frac{2\,790}{31} = 90$$

De las 93 unidades, la parte inversamente proporcional a 2 es 45, la correspondiente a 3 es 30 y la correspondiente a 5 es 18.

- 3.20 Reparte 168 de modo inversamente proporcional a 3, 5 y 6.

$$\frac{1}{3}k + \frac{1}{5}k + \frac{1}{6}k = 168 \Rightarrow \frac{10k + 6k + 5k}{30} = 168 \Rightarrow 21k = 168 \cdot 30 \Rightarrow k = \frac{5\,040}{21} = 240$$

De las 168 unidades, la parte inversamente proporcional a 3 es 80, la correspondiente a 5 es 48 y la correspondiente a 6 es 40.

- 3.21 Al repartir 60 de forma inversamente proporcional a los números 2 y *x*, se sabe que la parte correspondiente a 2 es 36. Halla *x*.

Por un lado, tenemos  $\frac{1}{2}k + \frac{1}{x}k = 60$ . Y por otro, sabemos que  $\frac{1}{2}k = 36$ . Con esta última igualdad tenemos que  $k = 72$ .

Sustituyendo este dato en la primera igualdad resulta:  $\frac{1}{2}72 + \frac{1}{x}72 = 60$ . De donde  $x = \frac{72}{60 - 36} = 3$ .

### 3. Proporcionalidad directa e inversa

**3.22** Se reparten 60 euros entre el primer y segundo clasificado de una carrera, de manera inversamente proporcional al puesto alcanzado.

¿Cuántos euros recibirá cada uno?

Tenemos que realizar un reparto inversamente proporcional al puesto.

$$\frac{1}{2}k + 1k = 60 \Rightarrow \frac{3}{2}k = 60 \Rightarrow k = 40$$

El primer clasificado recibirá  $1 \cdot 40 = 40$  euros, y el segundo,  $\frac{1}{2} \cdot 40 = 20$  euros.

**3.23** Para construir un puente de 1200 metros se cuenta con 300 vigas, que se colocarían cada 40 metros. Después de un estudio de carga, se decide reforzar la obra y se utilizan 100 vigas más.

¿A qué distancia se deben colocar las vigas?

Si ponemos más vigas en el mismo espacio, la distancia entre ellas será menor.

$$40 \cdot 300 = \text{Distancia} \cdot 400 \Rightarrow \text{Distancia} = \frac{40 \cdot 300}{400} = 30 \text{ m}$$

Las vigas se deben colocar a 30 metros de distancia entre ellas.

**3.24** Si 10 grifos tardan 12 horas en llenar un depósito de 15 metros cúbicos, ¿cuánto tardarán 8 grifos en llenar otro depósito de 7 metros cúbicos?

10 grifos llenan  $15 \text{ m}^3$  en 12 horas.

1 grifo llena  $15 \text{ m}^3$  en  $12 \cdot 10 = 120$  horas.

1 grifo llena  $1 \text{ m}^3$  en  $\frac{120}{15} = 8$  horas.

8 grifos llenan  $1 \text{ m}^3$  en  $\frac{8}{8} = 1$  hora.

8 grifos llenan  $7 \text{ m}^3$  en  $1 \cdot 7 = 7$  horas.

**3.25** El alquiler de 3 coches para 7 días cuesta 630 euros. ¿Cuántos coches se podrán alquilar con 900 euros durante 5 días?

7 días ————— 3 coches ————— 630 euros

5 días ————— x coches ————— 900 euros

Proporcionalidad inversa

Proporcionalidad directa

$$\frac{3}{x} = \frac{5}{7} \cdot \frac{630}{900} = \frac{3150}{6300} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 3 \cdot 2 = 6$$

Se pueden alquilar 6 coches.