

2 Potencias y raíces

PARA INTERPRETAR Y RESOLVER

2.90 Cuadrados y cubos.

En las siguientes tablas aparecen los 14 y 10 primeros cuadrados y cubos perfectos.

Cuadrados perfectos	
1	64
4	81
9	100
16	121
25	144
36	169
49	196

Cubos perfectos	
1	216
8	343
27	512
64	729
125	1 000

- Escribe un número distinto de la unidad que sea cuadrado y cubo perfecto a la vez
- Comprueba que la suma de los dos primeros cubos perfectos es un cuadrado perfecto.
- Comprueba que lo mismo ocurre para la suma de los tres y de los cuatro primeros cubos perfectos, y realiza una conclusión basada en las anteriores comprobaciones.
- Comprueba que la conjetura también se verifica para la suma de los cinco y de los seis primeros cubos perfectos.

a) $64 = 8^2 = 4^3$

b) $1^3 + 2^3 = 1 + 8 = 9 = 3^2$

c) $1^3 + 2^3 + 3^3 = 1 + 8 + 27 = 36 = 6^2$ $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 1 + 8 + 27 + 64 = 100 = 10^2$

La suma de n cubos perfectos es un cuadrado perfecto $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$.

d) $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 1 + 8 + 27 + 64 + 125 = 225 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5)^2 = 15^2$

$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3 = 1 + 8 + 27 + 64 + 125 + 216 = 441 = (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6)^2 = 21^2$

2.91 Nuestro Planeta

A continuación se muestran algunas dimensiones aproximadas y otras características de nuestro planeta.

Radio medio	6 370 km
Densidad media	5 500 kg/m ³
Masa de la atmósfera	$5 \cdot 10^{18}$ kg
Masa de la hidrosfera	$1,5 \cdot 10^{21}$ kg
Área ocupada por los mares y océanos	$3,6 \cdot 10^8$ km ²

Utilizando cuando sea necesario la notación científica y razonando como si el planeta tuviera forma esférica, calcula de forma aproximada:

- La superficie total de la Tierra.
- El volumen total de la Tierra.
- La masa total de la Tierra recordando que $\text{Densidad} = \frac{\text{Masa}}{\text{Volumen}}$
- La relación entre la masa de la atmósfera y la masa de la hidrosfera.
- La relación entre la superficie ocupada por los océanos y la superficie total de la Tierra.

a) $S = 4 \cdot \pi \cdot r^2 = 4 \cdot 3,14 \cdot 6\,370^2 = 5,1 \cdot 10^8$ km²

b) $V = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 6\,370^3 = 1,08 \cdot 10^{12}$ km³

c) $M = D \cdot V = 5\,500 \cdot 10^9 \cdot 1,08 \cdot 10^{12} = 5,94 \cdot 10^{24}$ kg

d) $\frac{M_{AT}}{M_{HID}} = \frac{5 \cdot 10^{18}}{1,5 \cdot 10^{21}} = 0,00333 = \frac{1}{300}$

e) $\frac{S_{OC}}{S_{TERR}} = \frac{3,6 \cdot 10^8}{5,1 \cdot 10^8} = 0,706$