

2 Potencias y raíces

EJERCICIOS PROPUESTOS

2.1 Escribe como potencias positivas las negativas, y viceversa.

a) 8^{-3}

b) $\frac{1}{6^{-4}}$

c) 5^2

d) $\left(\frac{5}{2}\right)^{-3}$

a) $\frac{1}{8^3}$

b) 6^4

c) $\frac{1}{5^{-2}}$

d) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$

2.2 Expresa estas potencias como potencias únicas y calcula las operaciones.

a) $2^3 \cdot 2^5$

c) $6^2 : 6^{-4}$

b) $6^{-3} \cdot 6^{-3}$

d) $10^2 : 10^4$

a) $2^{3+5} = 2^8 = 256$

c) $6^{2-(-4)} = 6^6 = 46\,656$

b) $6^{-3+(-3)} = 6^{-6} = 0,000021$

d) $10^{2-4} = 10^{-2} = 0,01$

2.3 Expresa en forma de potencia única estas potencias y obtén el resultado.

a) $2^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 7^{-2}$

c) $35^3 : 5^3 \cdot 7^{-3}$

b) $3^4 \cdot 6^4 : 18^{-3}$

d) $8^2 : 2^2 : 4^{-2}$

a) $(2 \cdot 3 \cdot 7)^{-2} = 42^{-2} = 0,00056$

b) $(3 \cdot 6)^4 : 18^{-3} = 18^4 : 18^{-3} = 18^{4-(-3)} = 18^7 = 3,93 \cdot 10^{22}$

c) $(35 : 5 : 7)^3 = 1^3 = 1$

d) $(8 : 2)^2 : 4^{-2} = 4^2 : 4^{-2} = 4^4 = 256$

2.4 Escribe las siguientes potencias como potencias únicas y calcula el resultado.

a) $(3^{-3})^2$

c) $(2^{-2})^4$

b) $(2^2)^{-3}$

d) $(5^{-3})^{-2}$

a) $3^{(-3) \cdot 2} = 3^{-6} = 0,00137$

c) $2^{(-2) \cdot 4} = 2^{-8} = 0,00391$

b) $2^{2 \cdot (-3)} = 2^{-6} = 0,01563$

d) $5^{(-3) \cdot (-2)} = 5^6 = 15\,625$

2.5 Expresa cada número en notación científica.

a) $123,5245 \cdot 10^5$

c) $5\,437,65 \cdot 10^8$

b) $0,01245 \cdot 10^9$

d) $0,0054376$

a) $1,235245 \cdot 10^7$

c) $5,43765 \cdot 10^{11}$

b) $1,245 \cdot 10^7$

d) $5,4376 \cdot 10^{-3}$

2.6 Escribe en notación científica estos números.

a) $1\,200\,000$

c) $0,00000045$

b) $3\,230\,000\,000$

d) $0,00000000132$

a) $1,2 \cdot 10^6$

c) $4,5 \cdot 10^{-7}$

b) $3,23 \cdot 10^9$

d) $1,32 \cdot 10^{-9}$

2.7 Realiza estas operaciones y expresa el resultado en notación científica.

a) $8,05 \cdot 10^7 + 3,16 \cdot 10^7$

b) $3,13 \cdot 10^8 - 1,66 \cdot 10^7$

a) $(8,05 + 3,16) \cdot 10^7 = 11,21 \cdot 10^7 = 1,121 \cdot 10^8$

b) $(3,13 \cdot 10 - 1,66) \cdot 10^7 = (31,3 - 1,66) \cdot 10^7 = 29,64 \cdot 10^7 = 2,964 \cdot 10^8$

2 Potencias y raíces

- 2.8 La masa de la Luna es de $7,34 \cdot 10^{23}$ kilogramos, y la de la Tierra, de $5,98 \cdot 10^{24}$ kilogramos. ¿A cuántas Lunas equivale la masa de la Tierra?

$$\frac{5,98 \cdot 10^{24}}{7,34 \cdot 10^{23}} = 8,147$$

La masa de la Tierra es aproximadamente 8 Lunas.

- 2.9 Expresa en forma de raíz estas igualdades.

a) $9^2 = 81$ b) $6^3 = 216$ c) $(-4)^3 = -64$ d) $(-10)^3 = -1000$
a) $9 = \sqrt{81}$ c) $-4 = \sqrt[3]{-64}$
b) $6 = \sqrt[3]{216}$ d) $-10 = \sqrt[3]{-1000}$

- 2.10 Escribe en forma de raíz cada igualdad y luego halla el valor de x .

a) $x^2 = 144$ b) $x^3 = \frac{1}{1000}$ c) $x^2 = \frac{16}{25}$ d) $x^5 = -100000$
a) $x = \sqrt{144} = \pm 12$ c) $x = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \pm \frac{4}{5}$
b) $x = \sqrt[3]{\frac{1}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{1}}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{1}{10}$ d) $x^5 = -100000 \Rightarrow x = \sqrt[5]{-100000} = -10$

- 2.11 Calcula cada raíz con una aproximación de dos cifras decimales, por exceso y por defecto.

a) $\sqrt[5]{58}$ b) $\sqrt[4]{49}$ c) $\sqrt[3]{150}$ d) $\sqrt[6]{100}$

	$\sqrt[5]{58}$	$\sqrt[4]{49}$	$\sqrt[3]{150}$	$\sqrt[6]{100}$
Por exceso	$2,26^5 = 58,95$	$2,65^4 = 49,31$	$5,32^3 = 150,57$	$2,16^6 = 101,56$
Por defecto	$2,25^5 = 57,66$	$2,64^4 = 48,57$	$5,31^3 = 149,72$	$2,15^6 = 98,773$

- 2.12 Calcula por aproximación estas raíces.

a) $\sqrt{0,25}$ b) $\sqrt[3]{0,064}$ c) $\sqrt{0,81}$ d) $\sqrt[3]{0,125}$

a)

	Por defecto	Por exceso
Entero	$0^2 = 0$	$1^2 = 1$
Decimal	$0,5^2 = 0,25$	Resultado exacto

b)

	Por defecto	Por exceso
Entero	$0^3 = 0$	$1^3 = 1$
Decimal	$0,4^3 = 0,064$	Resultado exacto

c)

	Por defecto	Por exceso
Entero	$0^2 = 0$	$1^2 = 1$
Decimal	$0,9^2 = 0,81$	Resultado exacto

d)

	Por defecto	Por exceso
Entero	$0^3 = 0$	$1^3 = 1$
Decimal	$0,5^3 = 0,125$	Resultado exacto

2 Potencias y raíces

2.13 Indica el número de raíces de estos radicales.

a) $\sqrt{8}$

b) $\sqrt[3]{32}$

c) $\sqrt[5]{-12}$

d) $\sqrt{-4}$

- a) Dos, porque tiene índice par y radicando positivo.
b) Una, porque el índice es impar.
c) Una, porque el índice es impar.
d) Ninguna, porque el índice es par y el radicando es negativo.

2.14 Escribe tres radicales equivalentes en cada caso.

a) $\sqrt[4]{3}$

b) $\sqrt[5]{2^3}$

a) $\sqrt[4]{3} = \sqrt[4 \cdot 2]{3^2} = \sqrt[8]{9}$;

$\sqrt[4]{3} = \sqrt[4 \cdot 3]{3^3} = \sqrt[12]{27}$;

$\sqrt[4]{3} = \sqrt[4 \cdot 4]{3^4} = \sqrt[16]{81}$

b) $\sqrt[5]{2^3} = \sqrt[5 \cdot 3]{(2^3)^3} = \sqrt[15]{2^9}$;

$\sqrt[5]{2^3} = \sqrt[5 \cdot 5]{(2^3)^5} = \sqrt[25]{2^{15}}$;

$\sqrt[5]{2^3} = \sqrt[5 \cdot 10]{(2^3)^{10}} = \sqrt[50]{2^{30}}$

2.15 Comprueba si los radicales son equivalentes.

a) $\sqrt[5]{11^2}$ y $\sqrt[10]{11^6}$

b) $\sqrt[3]{13^2}$ y $\sqrt[12]{13^8}$

a) $\sqrt[5]{11^2} = \sqrt[5 \cdot 2]{(11^2)^2} = \sqrt[10]{11^4}$. No son equivalentes.

b) $\sqrt[3]{13^2} = \sqrt[3 \cdot 4]{(13^2)^4} = \sqrt[12]{13^8}$. Son equivalentes.

2.16 Expresa los siguientes pares de radicales con el mismo índice.

a) $\sqrt{11}$ y $\sqrt[3]{7^2}$

b) $\sqrt[3]{5}$ y $\sqrt[6]{25}$

a) $\sqrt{11} = \sqrt[2 \cdot 3]{11^3} = \sqrt[6]{11^3}$ y $\sqrt[3]{7^2} = \sqrt[3 \cdot 2]{(7^2)^2} = \sqrt[6]{7^4}$

b) $\sqrt[3]{5} = \sqrt[3 \cdot 2]{5^2} = \sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{25}$

2.17 Escribe en forma radical estas potencias.

a) $3^{\frac{4}{3}}$

b) $5^{\frac{7}{2}}$

c) $7^{\frac{2}{5}}$

d) $3^{\frac{1}{5}}$

a) $\sqrt[3]{3^4}$

b) $\sqrt{5^7}$

c) $\sqrt[5]{7^2}$

d) $\sqrt[5]{3}$

2.18 Expresa estas raíces en forma potencial.

a) $\sqrt[3]{27}$

b) $\sqrt[8]{64}$

c) $\sqrt[3]{-125}$

d) $\sqrt[4]{1000}$

a) $27^{\frac{1}{3}} = 3^{\frac{3}{3}} = 3$

c) $(-125)^{\frac{1}{3}} = (-5)^{\frac{3}{3}} = -5$

b) $64^{\frac{1}{8}} = 2^{\frac{6}{8}} = 2^{\frac{3}{4}}$

d) $1000^{\frac{1}{4}} = 10^{\frac{3}{4}}$

2.19 Calcula las raíces expresándolas como exponente fraccionario.

a) $\sqrt[3]{7^9}$

b) $\sqrt[3]{10^{12}}$

c) $\sqrt{13^4}$

d) $\sqrt[4]{15^8}$

a) $7^{\frac{9}{3}} = 7^3 = 343$

c) $13^{\frac{4}{2}} = 13^2 = 169$

b) $10^{\frac{12}{3}} = 10^4 = 10000$

d) $15^{\frac{8}{4}} = 15^2 = 225$

2 Potencias y raíces

2.20 Indica qué pares de potencias son iguales.

a) $17^{\frac{2}{5}}$ y $17^{\frac{4}{10}}$

c) 11^4 y $11^{\frac{15}{30}}$

b) $29^{\frac{5}{8}}$ y $29^{\frac{3}{4}}$

d) $37^{\frac{1}{3}}$ y $37^{0,666\dots}$

a) Son iguales. Si simplificamos $\frac{4}{10}$, tenemos $\frac{2}{5}$.

b) No son iguales, porque las fracciones $\frac{5}{8}$ y $\frac{3}{4}$ no son equivalentes.

c) Son iguales. Ambas tienen por fracción irreducible $\frac{1}{2}$.

d) Son iguales. Si pasamos $\frac{1}{3}$ a número decimal, obtenemos 0,6666...

2.21 Calcula cada raíz después de factorizar.

a) $\sqrt{144}$

c) $\sqrt{255}$

b) $\sqrt[3]{0,027}$

d) $\sqrt[3]{-0,008}$

a) $\sqrt{144} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2} = 2^2 \cdot 3 = 12$

b) $\sqrt[3]{0,027} = \sqrt[3]{27 \cdot 10^{-3}} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 10^{-3}} = 3 \cdot 10^{-1} = 0,3$

c) $\sqrt{225} = \sqrt{5^2 \cdot 3^2} = 5 \cdot 3 = 15$

d) $\sqrt[3]{-0,008} = \sqrt[3]{-8 \cdot 10^{-3}} = \sqrt[3]{-2^3 \cdot 10^{-3}} = -2 \cdot 10^{-1} = -0,2$

2.22 Realiza estas operaciones.

a) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{2}$

c) $\sqrt{5} \cdot (\sqrt{2})^3$

b) $\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[5]{4} : \sqrt[5]{2}$

d) $\sqrt[4]{\sqrt[5]{6}}$

a) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{7} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{5 \cdot 7 \cdot 2} = \sqrt[3]{70}$

c) $\sqrt{5} \cdot (\sqrt{2})^3 = \sqrt{5} \cdot \sqrt{2^3} = \sqrt{5 \cdot 2^3} = \sqrt{40}$

b) $\sqrt[5]{3} \cdot \sqrt[5]{4} : \sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{3 \cdot 4 : 2} = \sqrt[5]{6}$

d) $\sqrt[4]{\sqrt[5]{6}} = \sqrt[4 \cdot 5]{6} = \sqrt[20]{6}$

2.23 Introduce en el radical los números que están fuera.

a) $3\sqrt{3}$

c) $11\sqrt{7}$

b) $7\sqrt[3]{2}$

d) $4\sqrt[3]{4}$

a) $3\sqrt{3} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = \sqrt{27}$

c) $11\sqrt{7} = \sqrt{11^2 \cdot 7} = \sqrt{847}$

b) $7\sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{7^3 \cdot 2} = \sqrt[3]{686}$

d) $4\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{4^3 \cdot 4} = \sqrt[3]{256}$

2.24 Efectúa estas sumas de radicales.

a) $3\sqrt{18} - 5\sqrt{32} + 6\sqrt{50}$

b) $12\sqrt[3]{81} - 6\sqrt[3]{24}$

a) $3\sqrt{18} - 5\sqrt{32} + 6\sqrt{50} = 3\sqrt{2 \cdot 3^2} - 5\sqrt{2^5} + 6\sqrt{2 \cdot 5^2} = 3 \cdot 3\sqrt{2} - 5 \cdot 2^2\sqrt{2} + 6 \cdot 5\sqrt{2} = 19\sqrt{2}$

b) $12\sqrt[3]{81} - 6\sqrt[3]{24} = 12\sqrt[3]{3^4} - 6\sqrt[3]{3 \cdot 2^3} = 12 \cdot 3\sqrt[3]{3} - 6 \cdot 2\sqrt[3]{3} = 24\sqrt[3]{3}$

2 Potencias y raíces

2.25 Calcula el valor de estas operaciones.

a) $64^{-\frac{2}{3}}$

c) $(11^{\frac{2}{5}})^{\frac{5}{2}}$

b) $7^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{7}$

d) $4^{-\frac{3}{2}}$

a) $64^{-\frac{2}{3}} = (2^6)^{-\frac{2}{3}} = 2^{-4} = 0,0625$

b) $7^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{7} = 7^{-\frac{1}{2}} \cdot 7^{\frac{1}{2}} = 7^{-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 7^0 = 1$

c) $(11^{\frac{2}{5}})^{\frac{5}{2}} = 11^{\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2}} = 11^1 = 11$

d) $4^{-\frac{3}{2}} = (2^2)^{-\frac{3}{2}} = 2^{-3} = 0,125$

2.26 Realiza las siguientes operaciones expresando los radicales como potencias fraccionarias.

a) $\sqrt[7]{2} \cdot \sqrt[5]{2}$

c) $\sqrt[4]{5^3} : \sqrt[12]{7}$

b) $\sqrt{12} \cdot \sqrt[3]{5}$

d) $\sqrt{\sqrt[5]{3^2}}$

a) $\sqrt[7]{2} \cdot \sqrt[5]{2} = \sqrt[35]{2^5} \cdot \sqrt[35]{2^7} = \sqrt[35]{2^{12}}$

b) $\sqrt{12} \cdot \sqrt[5]{5} = \sqrt[10]{12^2} \cdot \sqrt[10]{5^2} = \sqrt[10]{12^2 \cdot 5^2} = \sqrt[10]{43\,200}$

c) $\sqrt[4]{5^3} : \sqrt[12]{7} = \sqrt[12]{(5^3)^3} : \sqrt[12]{7} = \sqrt[12]{5^9} : 7$

d) $\sqrt{\sqrt[5]{3^2}} = \sqrt[10]{3^2} = \sqrt[5]{3}$