

## 2 Potencias y raíces

### EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

#### Potencias de exponente entero

2.29 Calcula estas potencias.

a)  $(-2)^3$

c)  $-3^{-2}$

b)  $1^{23}$

d)  $467^0$

a)  $(-2)^3 = -8$

c)  $-3^{-2} = -\frac{1}{9}$

b)  $1^{23} = 1$

d)  $467^0 = 1$

2.30 Expresa como una potencia de 2 cada número.

a) 1024

c)  $\frac{1}{64}$

b)  $4^{17}$

d)  $4 \cdot 8^3$

a)  $1024 = 2^{10}$

c)  $\frac{1}{64} = 2^{-6}$

b)  $4^{17} = (2^2)^{17} = 2^{34}$

d)  $4 \cdot 8^3 = 2^2 \cdot (2^3)^3 = 2^{11}$

2.31 Escribe como potencias positivas, las negativas, y viceversa.

a)  $4^{-3}$

b)  $\left(\frac{1}{5}\right)^2$

c)  $3^2$

d)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-4}$

a)  $\frac{1}{4^3}$

b)  $5^{-2}$

c)  $\frac{1}{3^{-2}}$

d)  $\left(\frac{3}{2}\right)^4$

2.32 Expresa estas operaciones como una sola potencia positiva.

a)  $2^3 \cdot 2^6$

d)  $7^9 : 7^{-2}$

b)  $3^{-2} \cdot 3^5$

e)  $4^2 \cdot 4^9 : 4^5$

c)  $(7^4)^{-3}$

f)  $9^2 \cdot 3^3$

a)  $2^{3+6} = 2^9$

d)  $7^{9-(-2)} = 7^{11}$

b)  $3^{-2+5} = 3^3$

e)  $4^{2+9-5} = 4^6$

c)  $7^{4 \cdot (-3)} = 7^{-12}$

f)  $3^{2 \cdot 2} \cdot 3^3 = 3^{4+3} = 3^7$

2.33 Calcula el resultado expresándolo en forma de potencia positiva.

a)  $\frac{16 \cdot 2^{-3}}{4^2}$

c)  $(5^3 \cdot 2^3)^2$

b)  $2^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 5^{-2}$

d)  $27^3 : 3^7 : 9^{-1}$

a)  $\frac{16 \cdot 2^{-3}}{4^2} = \frac{2^4 \cdot 2^{-3}}{(2^2)^2} = 2^{-3}$

b)  $2^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 5^{-2} = (2 \cdot 3 \cdot 5)^{-2} = 30^{-2}$

c)  $(5^3 \cdot 2^3)^2 = (10^3)^2 = 10^6$

d)  $27^3 : 3^7 : 9^{-1} = (3^3)^3 : 3^7 : (3^2)^{-1} = 3^9 : 3^7 : 3^{-2} = 3^4$

## 2 Potencias y raíces

### Potencias de 10. Notación científica

2.34 Escribe en notación científica estos números.

a)  $234,9 \cdot 10^4$

c) 23 millones

b)  $\frac{3}{10^3}$

d) 0,0000245

a)  $2,349 \cdot 10^6$

c)  $2,3 \cdot 10^7$

b)  $3 \cdot 10^{-3}$

d)  $2,45 \cdot 10^{-5}$

2.35 Realiza estas operaciones y expresa el resultado en notación científica.

a)  $4,02 \cdot 10^4 + 5,1 \cdot 10^4$

c)  $3,11 \cdot 10^3 - 2,2 \cdot 10^3$

b)  $(3 \cdot 10^5) \cdot (2 \cdot 10^4)$

d)  $(7 \cdot 10^8) : (4 \cdot 10^{-3})$

a)  $4,02 \cdot 10^4 + 5,1 \cdot 10^4 = 9,12 \cdot 10^4$

c)  $3,11 \cdot 10^3 - 2,2 \cdot 10^3 = 9,1 \cdot 10^2$

b)  $(3 \cdot 10^5) \cdot (2 \cdot 10^4) = 6 \cdot 10^9$

d)  $(7 \cdot 10^8) : (4 \cdot 10^{-3}) = 1,75 \cdot 10^{11}$

2.36 Una persona duerme, por término medio, ocho horas diarias. Expresa en notación científica los segundos que ha dormido, en toda su vida, una persona de ochenta años.

80 años. Cada año tiene 365 días, de cada día duerme 8 horas, cada hora tiene 60 minutos, y cada minuto, 60 segundos.

$$80 \cdot 365 \cdot 8 \cdot 60 \cdot 60 = 840\,960\,000 = 8,4096 \cdot 10^8 \text{ segundos}$$

### Radicales. Potencias de exponente fraccionario

2.37 Calcula cada raíz con una aproximación de una cifra decimal, por exceso y por defecto.

a)  $\sqrt[3]{35}$

b)  $\sqrt[4]{300}$

	$\sqrt[3]{35}$	$\sqrt[4]{300}$
Por exceso	$3,2^3 = 32,8$	$4,1^4 = 282,6$
Por defecto	$3,3^3 = 35,9$	$4,2^4 = 311,2$

2.38 Indica el número de raíces de estos radicales.

a)  $\sqrt[5]{243}$

c)  $\sqrt[4]{-16}$

b)  $\sqrt[3]{-125}$

d)  $\sqrt{64}$

a) Una, porque tiene índice impar.

b) Una, porque tiene índice impar.

c) Ninguna, porque tiene índice par y radicando negativo.

d) Dos, porque tiene índice par y radicando positivo.

2.39 Calcula estas raíces.

a)  $\sqrt[4]{3^8}$

c)  $\sqrt{2^{12}}$

b)  $\sqrt[3]{7^9}$

d)  $\sqrt[5]{3^{20}}$

a)  $\sqrt[4]{3^8} = 3^{\frac{8}{4}} = 3^2 = 9$

c)  $\sqrt{2^{12}} = 2^{\frac{12}{2}} = 2^6 = 64$

b)  $\sqrt[3]{7^9} = 7^{\frac{9}{3}} = 7^3 = 343$

d)  $\sqrt[5]{3^{20}} = 3^{\frac{20}{5}} = 3^4 = 81$

## 2 Potencias y raíces

2.40 Comprueba si los siguientes radicales son equivalentes.

a)  $\sqrt[3]{4}$  y  $\sqrt[6]{2^4}$

c)  $\sqrt{7^{-1}}$  y  $\sqrt[4]{-49}$

b)  $\sqrt[5]{5}$  y  $\sqrt[7]{7}$

d)  $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$  y  $\frac{2}{5}$

a)  $\sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2^2} = 2^{\frac{2}{3}}$ ;  $\sqrt[6]{2^4} = 2^{\frac{4}{6}} = 2^{\frac{2}{3}}$ . Sí, son equivalentes.

b) No son equivalentes.

c) No son equivalentes.

d)  $\sqrt[3]{\frac{8}{125}} = \sqrt[3]{\frac{2^3}{5^3}} = \frac{2}{5}$ . Sí, son equivalentes.

2.41 Expresa los siguientes radicales con el mismo índice.

a)  $\sqrt[4]{3}$  y  $\sqrt[8]{5}$

c)  $\sqrt{2^3}$  y  $\sqrt[5]{5}$

b)  $\sqrt{5}$  y  $\sqrt[7]{2^3}$

d)  $\sqrt[3]{2}$  y  $\sqrt[4]{7}$

a)  $\sqrt[4]{3} = \sqrt[4 \cdot 2]{3^2} = \sqrt[8]{9}$

$\sqrt[8]{5}$

b)  $\sqrt{5} = \sqrt[2 \cdot 7]{5^7} = \sqrt[14]{5^7}$

$\sqrt[7]{2^3} = \sqrt[7 \cdot 2]{2^{3 \cdot 2}} = \sqrt[14]{2^6}$

c)  $\sqrt{2^3} = \sqrt[2 \cdot 5]{2^{3 \cdot 5}} = \sqrt[10]{2^{15}}$

$\sqrt[5]{5} = \sqrt[5 \cdot 2]{5^2} = \sqrt[10]{5^2}$

d)  $\sqrt[3]{2} = \sqrt[3 \cdot 4]{2^4} = \sqrt[12]{2^4}$

$\sqrt[4]{7} = \sqrt[4 \cdot 3]{7^3} = \sqrt[12]{7^3}$

2.42 Escribe estas potencias de exponente fraccionario como radicales.

a)  $2^{\frac{5}{3}}$

c)  $3^{-\frac{3}{2}}$

b)  $36^{\frac{3}{2}}$

d)  $4^{-\frac{2}{7}}$

a)  $2^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{2^5}$

c)  $3^{-\frac{3}{2}} = \sqrt{3^{-3}}$

b)  $36^{\frac{3}{2}} = \sqrt{36^3}$

d)  $4^{-\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{4^{-2}}$

2.43 Expresa los siguientes radicales en forma de potencia con exponente fraccionario.

a)  $\sqrt[4]{7^5}$

b)  $\sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^3}$

c)  $\sqrt[3]{-81}$

d)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

a)  $\sqrt[4]{7^5} = 7^{\frac{5}{4}}$

b)  $\sqrt[5]{\left(\frac{1}{2}\right)^3} = 2^{-\frac{3}{5}}$

c)  $\sqrt[3]{-81} = -3^{\frac{4}{3}}$

d)  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}} = 2^{-\frac{1}{3}}$

2.44 Calcula estas raíces expresándolas primero como potencias de exponente fraccionario.

a)  $\sqrt[5]{8^{10}}$

b)  $\sqrt[3]{\frac{1}{4^3}}$

c)  $\sqrt[8]{2^{16}}$

d)  $\frac{1}{\sqrt{10^6}}$

a)  $\sqrt[5]{8^{10}} = 8^{\frac{10}{5}} = 8^2 = 64$

c)  $\sqrt[8]{2^{16}} = 2^{\frac{16}{8}} = 2^2 = 4$

b)  $\sqrt[3]{\frac{1}{4^3}} = 4^{-\frac{3}{3}} = 4^{-1} = \frac{1}{4}$

d)  $\frac{1}{\sqrt{10^6}} = 10^{-\frac{6}{2}} = 10^{-3} = 0,001$

## 2 Potencias y raíces

### Cálculo con potencias y raíces

2.45 Realiza estas operaciones.

a)  $\sqrt{216} : \sqrt{6}$

b)  $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5}$

a)  $\sqrt{216} : \sqrt{6} = \sqrt{\frac{216}{6}} = \sqrt{36} = 6$

b)  $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5^3} = 5$

c)  $\sqrt[3]{729} : \sqrt[3]{27}$

d)  $(\sqrt[4]{16})^2$

c)  $\sqrt[3]{729} : \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{\frac{729}{27}} = \sqrt[3]{27} = 3$

d)  $(\sqrt[4]{16})^2 = (\sqrt[2]{2^4})^2 = 2^2 = 4$

2.46 Efectúa las siguientes operaciones.

a)  $(3 \cdot \sqrt{2})^2$

b)  $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}}$

a)  $(3 \cdot \sqrt{2})^2 = 3^2 \cdot 2 = 18$

b)  $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{24}{8}} = \sqrt{3}$

c)  $(\sqrt{5} \cdot \sqrt{3})^4$

d)  $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^4$

c)  $(\sqrt{5} \cdot \sqrt{3})^4 = 5^2 \cdot 3^2 = 225$

d)  $\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^4 = \frac{2^4}{5^2} = \frac{16}{25} = 0,64$

2.47 Factoriza los radicandos para obtener cada raíz.

a)  $\sqrt{129\,600}$

b)  $\sqrt[6]{15\,625}$

a)  $\sqrt{129\,600} = \sqrt{5^2 \cdot 3^4 \cdot 2^6} = 5 \cdot 3^2 \cdot 2^3 = 360$

b)  $\sqrt[6]{15\,625} = \sqrt[6]{5^6} = 5$

c)  $\sqrt[3]{9\,261}$

d)  $\sqrt[5]{537\,824}$

c)  $\sqrt[3]{9\,261} = \sqrt[3]{3^3 \cdot 7^3} = 3 \cdot 7 = 21$

d)  $\sqrt[5]{537\,824} = \sqrt[5]{2^5 \cdot 7^5} = 2 \cdot 7 = 14$

2.48 Expresa cada número como un radical.

a)  $5\sqrt{5}$

b)  $7\sqrt[3]{7^3}$

a)  $5\sqrt{5} = \sqrt{5^3} = \sqrt{125}$

b)  $7\sqrt[3]{7^3} = \sqrt[3]{7^9} = \sqrt[3]{16\,807}$

c)  $3\sqrt[4]{2}$

d)  $2^2 \cdot \sqrt[3]{2}$

c)  $3\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{3^4 \cdot 2} = \sqrt[4]{162}$

d)  $2^2 \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{2^7} = \sqrt[3]{128}$

2.49 Realiza las sumas de radicales.

a)  $\sqrt{32} - \sqrt{2}$

b)  $\sqrt{50} - 2\sqrt{20}$

a)  $\sqrt{32} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

b)  $\sqrt{50} - 2\sqrt{20} = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = \sqrt{2}$

c)  $5\sqrt{18} - \sqrt{8} + 2\sqrt{72} = 15\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 12\sqrt{2} = 25\sqrt{2}$

d)  $3 \cdot \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{375} = 6\sqrt[3]{3} + 5\sqrt[3]{3} = 11\sqrt[3]{3}$

c)  $5\sqrt{18} - \sqrt{8} + 2\sqrt{72}$

d)  $3 \cdot \sqrt[3]{24} + \sqrt[3]{375}$

## 2 Potencias y raíces

2.50 Calcula el valor de estas potencias.

- a)  $8^{\frac{1}{3}}$                       b)  $32^{-\frac{1}{5}}$                       c)  $81^{\frac{3}{4}}$                       d)  $0^{\frac{2}{4}}$   
 a)  $8^{\frac{1}{3}} = (2^3)^{\frac{1}{3}} = 2$                       b)  $32^{-\frac{1}{5}} = (2^5)^{-\frac{1}{5}} = 2^{-1}$                       c)  $81^{\frac{3}{4}} = (3^4)^{\frac{3}{4}} = 3$                       d)  $0^{\frac{2}{4}} = 0$

2.51 Escribe estas expresiones en forma de potencia, pero con un solo exponente.

- a)  $(2^{\frac{1}{3}})^4$                       b)  $(\sqrt[3]{5})^4$                       c)  $(25^{-\frac{1}{2}})^{-2}$                       d)  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4$   
 a)  $(2^{\frac{1}{3}})^4 = 2^{\frac{4}{3}}$                       c)  $(25^{-\frac{1}{2}})^{-2} = 25^{\frac{2}{2}} = 25 = 5^2$   
 b)  $(\sqrt[3]{5})^4 = 5^{\frac{4}{3}}$                       d)  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^4 = (2^{-\frac{1}{2}})^4 = 2^{-2}$

2.52 Efectúa las operaciones.

- a)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[8]{3}$                       c)  $\sqrt[5]{2} : \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[10]{2^7}$   
 b)  $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{3^3} : \sqrt[6]{3^4}$                       d)  $\sqrt{\sqrt{5}} \cdot (\sqrt{3})^2$   
 a)  $\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3} \cdot \sqrt[8]{3} = \sqrt[8]{3^4} \cdot \sqrt[8]{3^2} \cdot \sqrt[8]{3} = \sqrt[8]{3^4 \cdot 3^2 \cdot 3} = \sqrt[8]{3^7}$   
 b)  $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{3^3} : \sqrt[6]{3^4} = \sqrt[12]{3^4} \cdot \sqrt[12]{3^9} : \sqrt[12]{3^8} = \sqrt[12]{3^4 \cdot 3^9} : 3^{\frac{8}{12}} = \sqrt[12]{3^5}$   
 c)  $\sqrt[5]{2} : \sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[10]{2^7} = \sqrt[30]{2^6} : 2^{\frac{20}{30}} \cdot 2^{\frac{21}{30}} = \sqrt[30]{2^{6-20+21}} = \sqrt[30]{2^7}$   
 d)  $\sqrt{\sqrt{5}} \cdot (\sqrt{3})^2 = 3^2 \sqrt{5}$

2.53 Escribe en forma de potencia estas expresiones.

- a)  $3^x \cdot 5^x \cdot 6^x$                       b)  $\frac{x}{\sqrt{x}}$                       c)  $(\sqrt[3]{x})^2$                       d)  $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{x}}}$   
 a)  $3^x \cdot 5^x \cdot 6^x = (3 \cdot 5 \cdot 6)^x = 90^x$                       c)  $(\sqrt[3]{x})^2 = x^{\frac{2}{3}}$   
 b)  $\frac{x}{\sqrt{x}} = x^{\frac{1}{2}}$                       d)  $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt{x}}} = x^{\frac{1}{12}}$

2.54 Realiza las siguientes operaciones.

- a)  $\sqrt[3]{5} \cdot 3^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{3}{4}}$                       c)  $5^{\frac{1}{2}} \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{7^4}$   
 b)  $(3^2)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\sqrt{2}} \cdot 5^{\frac{1}{6}}$                       d)  $7^{\frac{1}{5}} \cdot (6^{\frac{2}{10}} \cdot \sqrt[4]{8})$   
 a)  $\sqrt[3]{5}, 3^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{3}{4}} = \sqrt[12]{5^4} \cdot 3^{\frac{6}{12}} \cdot 5^{\frac{9}{12}} = 5^{\frac{12}{12}} \cdot 3^{\frac{6}{12}} \cdot 5^{\frac{9}{12}} = 5 \sqrt[12]{3^6 \cdot 5^9}$   
 b)  $(3^2)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{\sqrt{2}} \cdot 5^{\frac{1}{6}} = 3^{\frac{4}{3}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{6}} = \sqrt[12]{3^{16} \cdot 2^3 \cdot 5^2} = 3^{\frac{12}{12}} \sqrt[12]{3^4 \cdot 2^3 \cdot 5^2}$   
 c)  $5^{\frac{1}{2}} \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{7^4} = 2 \sqrt[6]{5^3 \cdot 7^8}$   
 d)  $7^{\frac{1}{5}} \cdot (6^{\frac{2}{10}} \cdot \sqrt[4]{8})^{\frac{1}{2}} = 7^{\frac{1}{5}} \cdot ((3 \cdot 2)^{\frac{2}{10}} \cdot 2^{\frac{3}{4}})^{\frac{1}{2}} = 7^{\frac{1}{5}} \cdot 3^{\frac{2}{20}} \cdot 2^{\frac{2}{20}} \cdot 2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[20]{7^4 \cdot 3^2 \cdot 2^{17}}$