

2 Potencias y raíces

CUESTIONES PARA ACLARARSE

2.55 Indica si cada igualdad es verdadera o falsa. Justifica la respuesta.

a) $(a \cdot b)^2 = a^2 \cdot b^2$

c) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

b) $(a^p)^q = (a^q)^p$

d) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$

a) Verdadera por las propiedades de las potencias.

b) Verdadera, $(a^p)^q = a^{p \cdot q} = a^{q \cdot p} = (a^q)^p$

c) Falsa, ya que $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

d) Verdadera, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{a^{-1}}{b^{-1}} = \frac{b}{a}$

2.56 Explica si son verdaderas estas igualdades.

a) $\frac{x^6}{x^3} = \frac{x^5}{x^2}$

b) $x^4 \cdot x^3 = x^6 \cdot x^2$

a) Verdadera, $\frac{x^6}{x^3} = \frac{x^5}{x^2} \Rightarrow x^{6-3} = x^{5-2} \Rightarrow x^3 = x^3$

b) Falsa, $x^4 \cdot x^3 \neq x^6 \cdot x^2 \Rightarrow x^{4+3} \neq x^{6+2} \Rightarrow x^7 \neq x^8$

2.57 Razona si son verdaderas las siguientes igualdades.

a) $(-3)^{-3} = -3^{-3}$

c) $7 \cdot 2^{-2} = (7 \cdot 2)^{-2}$

b) $2^{-2} = (-2)^2$

d) $(-1)^{-1} = -1$

a) Verdadera, porque $(-3)^{-3} = (-1)^{-3} \cdot 3^{-3} = (-1) \cdot 3^{-3} = -3^{-3}$

b) Falsa, porque $2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4} \neq (-2)^2 = 4$

c) Falsa, porque $7 \cdot 2^{-2} = \frac{7}{4} \neq \frac{1}{14} = (7 \cdot 2)^{-2}$

d) Verdadera, porque $(-1)^{-1} = \frac{1}{-1} = -1$

2.58 Si, $a^2 > b^2$, ¿podemos deducir que $a > b$? Analiza la respuesta buscando ejemplos.

No necesariamente. Si $a < 0$, por ejemplo, $a = -1$ y $b < 1$, por ejemplo, $b = 0,5$; se cumple que: $a^2 > b^2$ ($1 > 0,25$), pero $a < b$ ($-1 < 0,5$).

2.59 ¿Qué valores puede tomar un número a para que se cumpla que $a^2 = a$?

Cero o uno.

2.60 Justifica si estas igualdades son verdaderas.

a) $\sqrt{-16} = -4$

b) $\sqrt[8]{0} = 0$

c) $\sqrt[3]{-8} = -2$

d) $\sqrt{5^{-4}} = 5^{-2}$

a) Falsa. Una raíz con índice par y radicando negativo no tiene ninguna solución.

b) Verdadera. Si el radicando de una raíz es 0, independientemente del índice, la solución va a ser cero.

c) Verdadera, $(-2)^3 = -8$

d) Verdadera, $\sqrt{5^{-4}} = 5^{\frac{-4}{2}} = 5^{-2}$

2 Potencias y raíces

2.61 ¿Es siempre la raíz cuadrada de un número menor que dicho número?

Analiza la respuesta buscando ejemplos.

No, para los números tales que $0 < x < 1$, $\sqrt{x} > x$; por ejemplo, $x = 0,25$; entonces, $\sqrt{x} = 0,5$.

2.62 Indica si las siguientes igualdades son verdaderas o falsas.

a) $\sqrt{a + b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$

b) $(4 + 3)\sqrt{2} = 4 + 3\sqrt{2}$

c) $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

d) $(4 + 3)\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

a) Falsa. Contraejemplo: $\sqrt{5} = 2,236$ y $\sqrt{5} = \sqrt{1 + 4} \neq \sqrt{1} + \sqrt{4} = 1 + 2 = 3$

b) Falsa, porque $(4 + 3)\sqrt{2} = 7\sqrt{2} = 9,9 \neq 4 + 3\sqrt{2} = 8,2$

c) Verdadera, porque $\sqrt{a \cdot b} = (a \cdot b)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$

d) Verdadera, porque $4 + 3 = 7$

2.63 ¿Cuántas raíces cuartas tiene el número 81?

Por ser la raíz de un radicando positivo con índice par, existen dos soluciones, 3 y -3 .