

2 Potencias y raíces

AMPLIACIÓN

2.84 Realiza estas operaciones.

a) $(3^{-1} + 3^{-2})^{-1}$

b) $\frac{3 \cdot 5^{-1}}{(3 \cdot 5)^{-1}} + \frac{5}{3}$

c) $2^{30} + 2^{30}$

a) $(3^{-1} + 3^{-2})^{-1} = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{9}\right)^{-1} = \left(\frac{4}{9}\right)^{-1} = \frac{9}{4}$

b) $\frac{3 \cdot 5^{-1}}{(3 \cdot 5)^{-1}} + \frac{5}{3} = 3^2 + \frac{5}{3} = \frac{32}{3}$

c) $2^{30} + 2^{30} = 2 \cdot 2^{30} = 2^{31}$

d) $\frac{2^4}{2^2 + 2^3}$

e) $2^{-1} + 3^{-1} + 5^{-1}$

f) $2^{-7} \cdot 2^7$

d) $\frac{2^4}{2^2 + 2^3} = \frac{16}{4 + 8} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$

e) $2^{-1} + 3^{-1} + 5^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{31}{30}$

f) $2^{-7} \cdot 2^7 = 2^0 = 1$

2.85 Calcula estas potencias.

a) $4^{0,5}$

a) $4^{0,5} = 4^{\frac{1}{2}} = \sqrt{4} = 2$

b) $9^{-1,5}$

b) $9^{-1,5} = 9^{-\frac{3}{2}} = \sqrt{9^{-3}} = \sqrt{3^{-6}} = 3^{-3} = \frac{1}{27}$

2.86 Halla el valor de x en las siguientes expresiones.

a) $16^x = 2^5$

b) $3^{x+2} = 9^x$

a) $16^x = 2^5 \Rightarrow 2^{4x} = 2^5 \Rightarrow 4x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{4}$

b) $3^{x+2} = 9^x = 3^{2x} \Rightarrow x + 2 = 2x \Rightarrow x = 2$

c) $5^{x+1} = 625$

d) $2^{2x-5} = 8$

c) $5^{x+1} = 625 = 5^4 \Rightarrow x + 1 = 4 \Rightarrow x = 3$

d) $2^{2x-5} = 8 = 2^3 \Rightarrow 2x - 5 = 3 \Rightarrow x = 4$

2.87 Las siguientes raíces son exactas. Calcula en cada caso el menor valor de n que hace que se cumpla esta condición.

a) $\sqrt{2^2 \cdot 3^3 \cdot n}$

b) $\sqrt[3]{7^2 \cdot 3^6 \cdot n}$

a) $n = 3, \sqrt{2^2 \cdot 3^3 \cdot 3} = \sqrt{2^2 \cdot 3^4} = 18$

b) $n = 7, \sqrt[3]{7^2 \cdot 3^6 \cdot 7} = \sqrt[3]{7^3 \cdot 3^6} = 63$

c) $\sqrt{3^5 \cdot n \cdot 5^3}$

d) $\sqrt[4]{n \cdot 2^3 \cdot 3^2}$

c) $n = 15 = 3 \cdot 5, \sqrt{3^5 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5^3} = \sqrt{3^6 \cdot 5^4} = 675$

d) $n = 18 = 2 \cdot 3^2, \sqrt[4]{2 \cdot 3^2 \cdot 2^3 \cdot 3^2} = \sqrt[4]{2^4 \cdot 3^4} = 6$

2.88 Dos números naturales, a y b , verifican que $a^b = b^a$. ¿Cuál es su valor?

2 y 4, porque $2^4 = 4^2 = 16$

2.89 Racionalizar una fracción es encontrar otra equivalente que no tenga raíces en su denominador. Racionaliza estas fracciones.

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

b) $\frac{5}{\sqrt[3]{2}}$

a) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\frac{5}{\sqrt[3]{2}} = \frac{5 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{2^2}} = \frac{5 \cdot \sqrt[3]{2^2}}{2}$

c) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

d) $\frac{2}{\sqrt[3]{2^2}}$

c) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{3\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \sqrt{6}$

d) $\frac{2}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2} \cdot \sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{2}$