E J E R C I C I O S   P A R A   E N T R E N A R S E

Concepto de dependencia y función

12.18 ¿Qué dos magnitudes están relacionadas en cada una de estas fórmulas?

a) $L = 2\pi \cdot r$ **c)** $A = l^2$

b) $A = \pi \cdot r^2$ **d)** $E = 166{,}386\ p$

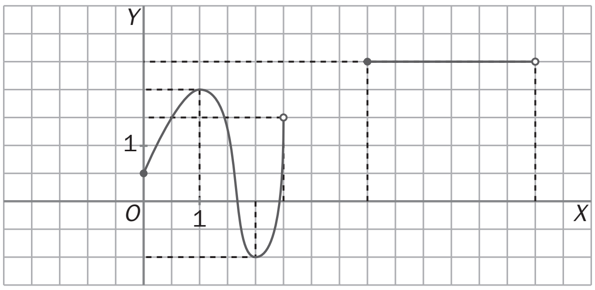
a) La longitud de la circunferencia y su radio.

b) El área del círculo y su radio.

c) El área del cuadrado y su lado.

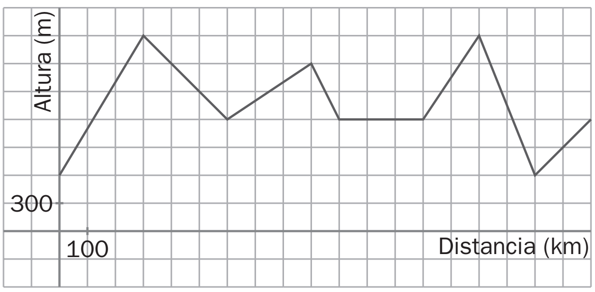
d) El valor de los euros y el de las pesetas.

12.19 Averigua el dominio y el recorrido de la siguiente función expresada por una gráfica.



Dominio = [0, 2,5) ∪ [4, 7); recorrido = [−1, 2,5]

12.20 La gráfica muestra el perfil de una etapa de una vuelta ciclista.



¿Entre qué kilómetros la altura permanece constante?

La altura permanece constante entre los 100 y 130 kilómetros.

12.21 Escribe la fórmula que convierte hectómetros en decámetros y a la inversa. Indica en cada caso cuáles son las variables dependiente e independiente.

Paso de hm a dam: 1 hm = 10 dam

Variable independiente: hm; variable dependiente: dam

Paso de dam a hm: 1 dam = $\frac{1}{10}$ hm

Variable independiente: dam; variable dependiente: hm

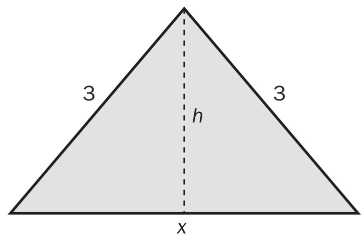
12.22 Halla la fórmula que permite obtener el área de un triángulo isósceles de lados 3, 3 y x centímetros, en función del lado desigual.

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{x \cdot h}{2}$$

Aplicamos el teorema de Pitágoras a cualquiera de los dos triángulos rectángulos que se obtienen al trazar la altura desde el vértice que une los lados iguales:

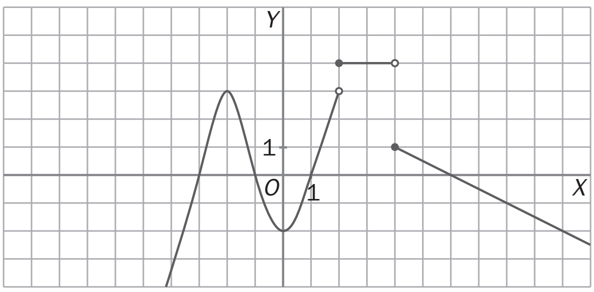
$$3^2 = h^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \Rightarrow 9 = h^2 + \frac{x^2}{4} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{36 - x^2}}{2}$$

Con lo que el área buscada es: $A_{\text{triángulo}} = \dfrac{\dfrac{x \cdot \sqrt{36 - x^2}}{2}}{2} = \dfrac{x \cdot \sqrt{36 - x^2}}{4}$



Continuidad y variación de una función

12.23 Estudia la continuidad de la siguiente función.



Continua en: $(-\infty, 2) \cup (2, 4) \cup (4, +\infty)$; discontinua en: $\{2, 4\}$

12.24 ¿Cuál de las siguientes funciones tiene la tasa de variación mayor en el intervalo $\left[0, \frac{1}{4}\right]$?

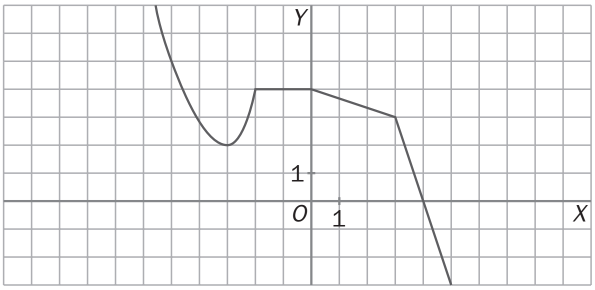
a) $y = x^2$ **b)** $y = 2x$ **c)** $y = 2x$

	$y = x^2$	$y = 2x$	$y = 2^x$
$f(0)$	0	0	1
$f\left(\frac{1}{4}\right)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt[4]{2}$
Tasa	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{2}$	0,189
En decimales	0,0625	0,5	0,189

La mayor tasa la tiene la función $y = 2x$.

12.25 Calcula la tasa de variación de la función en estos intervalos.

a) [−3, −2] **b) [−2, 0]** **c) [3, 4]**



a) $TV[-3, -2] = f(-2) - f(-3) = 4 - 2 = 2$

b) $TV[-2, 0] = f(0) - f(-2) = 4 - 4 = 0$

c) $TV[3, 4] = f(4) - f(3) = 0 - 3 = -3$

12.26 Un anuncio por palabras en un diario cuesta 2,80 euros por palabra y se establece un mínimo de tres palabras para poder ser admitido.

a) Elabora una tabla y una gráfica de la función que relaciona el número de palabras con el precio del anuncio.

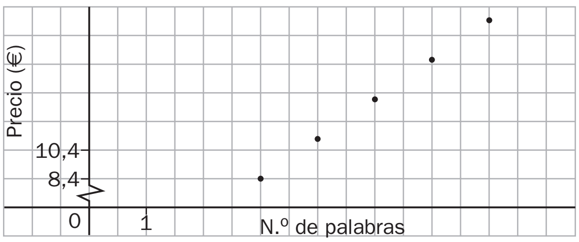
b) ¿Es continua la función?

c) ¿Dónde se producen discontinuidades?

d) ¿Existe algún intervalo donde la función sea continua?

a)

N.° de palabras	3	4	5	...
Precio (€)	8,4	11,2	14	...



b) No.

c) En todos los puntos.

d) No.

12.27 Une cada función con su tasa de variación en el intervalo [−1, 3].

Función	Tasa
$y = x^2 - 3$	8
$y = \sqrt{x + 1}$	2
$y = -2x + 4$	−8

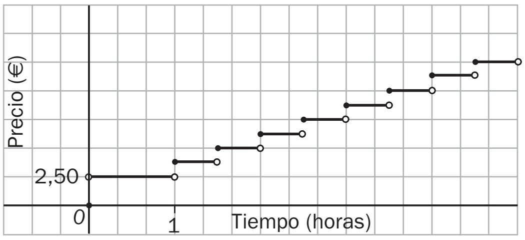
12.28 Un parking público expone este anuncio con sus tarifas.

a) Elabora una tabla y una gráfica de la situación.

b) ¿Es continua la función? ¿Dónde se producen discontinuidades?

a)

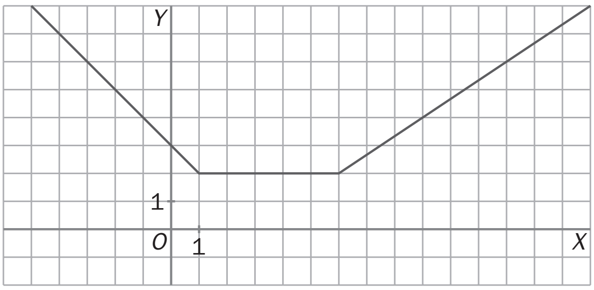
N.º de horas	0	$\frac{1}{2}$	1	1,5	2	2,5	3	...	19	20
Precio (€)	0	2,5	2,5	3,75	5	6,25	7,5	...	25	25



b) No es continua. Las discontinuidades se producen en {1}, {1,5}, {2}, {2,5}, …

Crecimiento, simetría y periodicidad

12.29 Una función viene dada por esta gráfica.



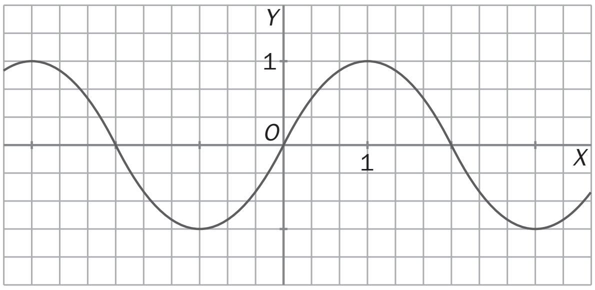
a) Indica los intervalos donde la función es creciente, constante o decreciente.

b) ¿Qué signo tiene la tasa de variación en los intervalos [2, 3], [6, 10] y [−5, −1]?

a) Crece en $(6, +\infty)$; decrece en $(-\infty, 1)$; es constante en $(1, 6)$.

b) La tasa en $[2, 3]$ es igual a 0; en $[6, 10]$ es positiva, y en $[-5, -1]$ es negativa.

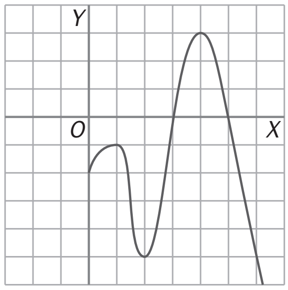
12.30 Observa esta función y contesta a las preguntas.



a) ¿Cuáles son los máximos y mínimos de la función en el intervalo [−2, 2]? ¿Son absolutos o relativos?
b) Sabiendo que la función es periódica, ¿cuántos máximos y mínimos tiene la función?

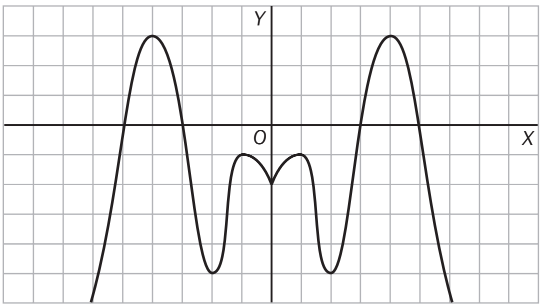
a) Máximo en (1, 1) y mínimo en (−1, −1). Son absolutos y relativos.
b) Infinitos.

12.31 Completa la gráfica de la siguiente función para que tenga la simetría que se indica.

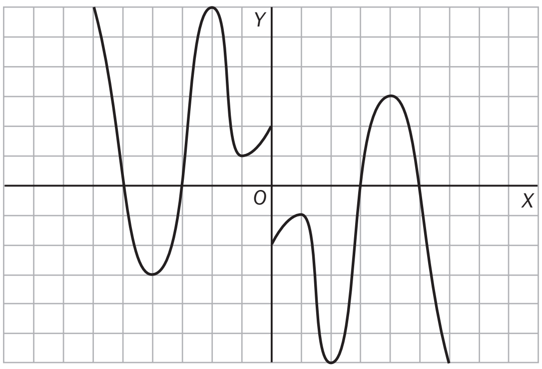


a) Par **b) Impar**

a)



b)



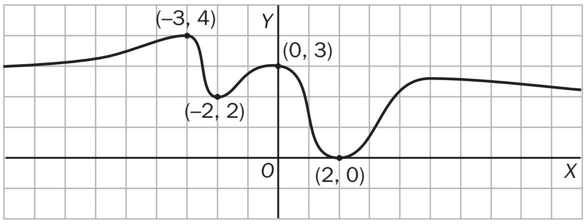
12.32 Indica si estas funciones tienen simetría par o impar.

a) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ **b)** $g(x) = \dfrac{x}{x^2 + 1}$ **c)** $h(x) = \dfrac{x^2}{x^2 + 1}$

a) Impar. $f(-x) = \dfrac{1}{-x} = -f(x)$ b) Impar. $g(-x) = \dfrac{-x}{(-x)^2 + 1} = -g(x)$ c) Par. $h(-x) = \dfrac{(-x)^2}{(-x)^4 + 1} = h(x)$

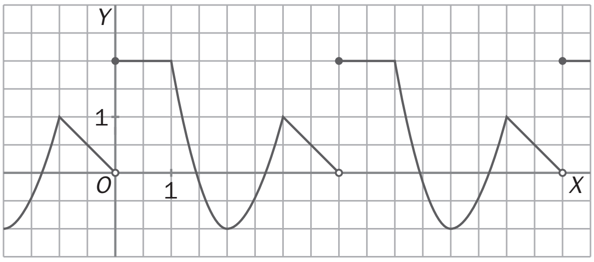
12.33 **Representa la gráfica de una función continua con un máximo absoluto en (−3, 4), un máximo relativo en (0, 3), un mínimo absoluto en (2, 0) y un mínimo relativo en (−2, 2).**

Respuesta abierta.



12.34 **Halla el valor de la siguiente función periódica en estos puntos.**

a) 17 **b) −6** **c) −34** **d) 121**



a) $f(17) = 2$ b) $f(-6) = -1$ c) $f(-34) = -1$ d) $f(121) = 2$