

11 SUCESIONES. PROGRESIONES

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

11.23 Observa la siguiente secuencia de figuras.

¿Cuántos puntos se necesitarán para construir la figura n -ésima?



$$a_1 = 1; S_1 = 1$$

$$a_2 = 2; S_2 = 1 + 2$$

$$a_3 = 3; S_3 = 1 + 2 + 3$$

$$a_4 = 4; S_4 = 1 + 2 + 3 + 4$$

Orden de la figura (n)	1	2	3	4
Número de puntos (S_n)	1	3	6	10

$\xrightarrow{+2}$ $\xrightarrow{+3}$ $\xrightarrow{+4}$

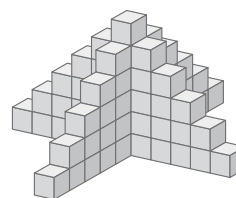
$$a_n = n; S_n = \frac{1+n}{2} \cdot n \text{ es el número de puntos que se necesitarán para la figura } n\text{-ésima.}$$

11.24 Observa la torre de cubos de la figura.

¿Cuántos cubos se necesitan para construir una figura con 10 pisos? ¿Y una figura con n pisos?

Número de pisos (n)	1	2	3	4
Número de cubos (S_n)	1	6	15	28

$\xrightarrow{+5}$ $\xrightarrow{+9}$ $\xrightarrow{+13}$



$$S_n = S_{n-1} + a_n$$

$$n = 2 \rightarrow S_2 = 6 = 1 + [4(2 - 1)]$$

$$n = 3 \rightarrow S_3 = 15 = 1 + [4(2 - 1)] + [1 + 4(3 - 1)]$$

$$n = 4 \rightarrow S_4 = 28 = 1 + [4(2 - 1)] + [1 + 4(3 - 1)] + [1 + 4(4 - 1)]$$

$$S_n = 1 + [4(2 - 1)] + [1 + 4(3 - 1)] + [1 + 4(4 - 1)] + \dots + [1 + 4(n - 1)]$$

De aquí se deduce que $a_n = 1 + 4(n - 1)$.

$$\text{Como } S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n, \text{ entonces } S_n = \frac{1 + 1 + 4(n - 1)}{2} \cdot n = 2n^2 - n$$

$$\text{Para } n = 10, S_{10} = 2 \cdot (10)^2 - 10 = 190$$