

EJERCICIOS PROPUESTOS

11.1 Con cerillas se han construido las figuras.



- a) ¿Cuántas cerillas se necesitan para formar una figura con 15 hexágonos?
 b) ¿Cuántas cerillas se necesitan para formar una figura con n hexágonos?

a)

Número de hexágonos	1	2	3
Número de cerilla	6	11	16

$\begin{array}{c} \curvearrowright \quad \curvearrowright \\ +5 \quad +5 \end{array}$

$$6 + 5(n - 1) = 6 + 5 \cdot 14 = 76$$

b) $6 + 5(n - 1) = 5n + 1$

11.2 Halla los tres términos siguientes de cada sucesión.

- a) 12, 12, 12, 12, 12 ... c) 80, 70, 60, 50, 40 ...
 b) 21, 23, 25, 27, 29 ... d) $\frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2 \dots$

- a) 12, 12, 12. Sucesión constante.
 b) 31, 33, 35. Se suma 2 al término anterior.
 c) 30, 20, 10. Se resta 10 al término anterior.
 d) 4, 8, 16. Se multiplica por 2 el término anterior.

11.3 Encuentra el término \square en cada sucesión.

- a) 17, 15, 13, \square , 9, 7 ... c) 60, 56, \square , 48, 44, 40 ...
 b) $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}, \frac{9}{5}, \square, \frac{81}{5} \dots$ d) 16, -8, \square , -2, 1 ...

- a) 11. Se resta 2 al término anterior.
 b) $\frac{27}{5}$. Se multiplica por 3 el término anterior.
 c) 52. Se resta 4 al término anterior.
 d) 4. Se divide entre -2 el término anterior.

11.4 Calcula para cada sucesión los términos pedidos.

- a) Los seis primeros de $a_n = \frac{n - 2}{n + 1}$
 b) Los diez primeros términos de $b_n = 3(n + 1)^2 + 1$
 c) c_6 y c_{20} en $c_n = n^2 - n + 3$
 d) d_3 y d_{10} en $d_n = +\sqrt{n^2 - 13n + 30}$
 a) $-\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{4}{7}$
 b) 13, 28, 49, 76, 109, 148, 193, 244, 301, 364
 c) $c_6 = 33; c_{20} = 383$
 d) $d_3 = 0; d_{10} = 0$

11 SUCESIONES. PROGRESIONES

11.5 Construye la sucesión recurrente definida por:

$$a_1 = -2 \qquad a_n = a_{n-1} + 5$$

-2, 3, 8, 13, 18, 23...

11.6 Forma la sucesión recurrente dada por:

$$a_1 = \frac{1}{16} \qquad a_n = a_{n-1} \cdot 2$$

$\frac{1}{16}; \frac{1}{8}; \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; 2; 4; \dots$

11.7 Calcula los primeros términos de la sucesión recurrente definida por:

$$a_1 = 1 \qquad a_2 = 3 \qquad a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2}$$

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13...

11.8 Dadas las sucesiones

$$(a_n) = (2, 4, 6, 8 \dots) \text{ y } (b_n) = (2, 5, 8, 11 \dots)$$

halla los cuatro primeros términos de estas sucesiones.

$$\text{a) } 3 \cdot (a_n) \qquad \text{b) } (a_n) + (b_n) \qquad \text{c) } (a_n) \cdot (b_n)$$

$$\text{a) } 3(a_n) = (3a_n) = (6, 12, 18, 24 \dots)$$

$$\text{b) } (a_n) + (b_n) = (a_n + b_n) = (4, 9, 14, 19 \dots)$$

$$\text{c) } (a_n) \cdot (b_n) = (a_n \cdot b_n) = (4, 20, 48, 88 \dots)$$

11.9 Los términos generales de dos sucesiones son:

$$a_n = 2n + 1 \qquad b_n = 3n + 4$$

a) Escribe los cuatro primeros términos de cada sucesión.

b) Halla el término general de las sucesiones $4(a_n)$; $(a_n) + (b_n)$ y $(a_n) \cdot (b_n)$.

$$\text{a) } (a_n) = (3, 5, 7, 9 \dots)$$

$$(b_n) = (7, 10, 13, 16 \dots)$$

$$\text{b) } 4 \cdot (a_n) = (4 \cdot a_n) = [4 \cdot (2n + 1)] = (8n + 4)$$

$$(a_n) + (b_n) = (a_n + b_n) = (2n + 1 + 3n + 4) = (5n + 5)$$

$$(a_n) \cdot (b_n) = (a_n \cdot b_n) = [(2n + 1)(3n + 4)] = (6n^2 + 8n + 3n + 4) = (6n^2 + 11n + 4)$$

11.10 Halla el término general de la progresión aritmética:

$$(a_n) = (5, 2, -1, -4 \dots)$$

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d = 5 + (n - 1) \cdot (-3) = -3n + 8$$

11.11 En una progresión aritmética $a_1 = 4$ y la diferencia es $d = -7$. Halla el término octavo.

$$a_8 = 4 + (8 - 1) \cdot (-7) = 4 - 7 \cdot 7 = -45$$

11 SUCESIONES. PROGRESIONES

11.12 Una ONG que se dedica a la ayuda al Tercer Mundo se inició con 125 personas.

Si todos los meses se incorporan 5 voluntarios, ¿cuántas personas trabajarán en la ONG al cabo de 2 años y medio?

2 años y medio son $24 + 6$ meses = 30 meses.

$$a_{30} = 125 + (30 - 1) \cdot 5 = 125 + 29 \cdot 5 = 270 \text{ voluntarios}$$

11.13 Halla la suma de los 40 primeros términos de la progresión aritmética.

$$(a_n) = (39, 36, 33, 30 \dots)$$

$$a_{40} = 39 + 39 \cdot (-3) = -78$$

$$S_{40} = \frac{39 - 78}{2} \cdot 40 = -780$$

11.14 El primer término de una sucesión aritmética es 1, la diferencia, 2, y la suma de los n primeros términos es 900. ¿Cuánto vale n ?

$$\left. \begin{array}{l} S_n = 900 = \frac{1 + a_n}{2} \cdot n \\ a_n = 1 + (n - 1) \cdot 2 = 2n - 1 \end{array} \right\} 900 = \frac{1 + 2n - 1}{2} \cdot n = n^2 \rightarrow n = 30$$

11.15 Las edades de tres hermanos están en progresión aritmética de diferencia 4 y su suma es igual a 42 años.

¿Qué edad tiene cada uno?

a_1 = edad del pequeño; a_2 = edad del mediano; a_3 = edad del mayor

$$\left. \begin{array}{l} S_3 = a_1 + a_2 + a_3 = \frac{a_1 + a_3}{2} \cdot 3 = 42 \rightarrow a_1 + a_3 = 28 \\ a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d \rightarrow a_2 = a_1 + 4; a_3 = a_1 + 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a_1 = 10 \text{ años} \\ a_2 = 14 \text{ años} \\ a_3 = 18 \text{ años} \end{array}$$

11.16 Un ciclista recorrió el primer día 15 kilómetros y cada día aumenta su recorrido en 1 kilómetro. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido al cabo de los 20 primeros días?

$$a_{20} = 15 + 19 \cdot 1 = 34$$

$$S_{20} = \frac{15 + 34}{2} \cdot 20 = 420$$

Habrà recorrido 420 km.

11.17 Halla el término general de la progresión geométrica.

$$(a_n) = (2, 6, 18, 54 \dots)$$

$$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

11.18 El primer término de una sucesión geométrica es $\frac{7}{3}$ y la razón es $\frac{2}{3}$. Halla el término noveno.

$$a_9 = \frac{7}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{9-1} = \frac{7}{3} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^8 = 0,091$$

11 SUCESIONES. PROGRESIONES

11.19 Un filántropo muy rico decidió destinar su fortuna a una asociación dedicada a la lucha contra el cáncer. Entregó 10 euros el primer mes, 20 euros el segundo, 40 euros el tercero y así sucesivamente. ¿Qué cantidad entregó a los dos años de su primera donación? (Utiliza tu calculadora.)

$$2 \text{ años} = 24 \text{ meses} \Rightarrow a_{24} = 10 \cdot 2^{24-1} = 83\,886\,080 \text{ €}$$

11.20 Halla la suma de los 20 primeros términos de la progresión geométrica $(a_n) = \left(1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27} \dots\right)$

$$a_{20} = 1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{20-1} = \frac{1}{3^{19}} = 8,6 \cdot 10^{-10} \Rightarrow S_{20} = \frac{8,6 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{1}{3} - 1}{\frac{1}{3} - 1} = 1,5$$

11.21 El primer término de una progresión geométrica es 4 y la razón es -2 . Halla la suma de los diez primeros términos.

$$a_{10} = 4 \cdot (-2)^{10-1} = -2\,048 \Rightarrow S_{10} = \frac{-2\,048 \cdot (-2) - 4}{-2 - 1} = -1\,364$$

11.22 Un equipo de ciclismo programa su entrenamiento semanal en cinco etapas. En la primera etapa recorre una distancia de 40 kilómetros y cada etapa sucesiva es $\frac{5}{4}$ más larga que la anterior. ¿Cuántos kilómetros recorre el equipo a lo largo de la semana?

El kilometraje de las etapas forma una progresión geométrica de razón $r = \frac{5}{4}$.

$$a_5 = 40 \left(\frac{5}{4}\right)^4 = \left(\frac{5}{2}\right)^5$$

$$S_5 = \frac{a_5 r - a_1}{r - 1} = \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^5 \cdot \frac{5}{4} - 40}{\frac{5}{4} - 1} = \frac{4(5^6 - 40 \cdot 2^7)}{2^7} = 328,28 \text{ km recorridos a lo largo de la semana.}$$