

11 SUCESIONES. PROGRESIONES

CUESTIONES PARA ACLARARSE

11.45 ¿Qué nombre recibe la sucesión tal que cada término se obtiene del anterior sumándole una constante?

Aritmética.

11.46 ¿Qué nombre recibe la sucesión tal que cada término se obtiene del anterior multiplicándolo por una constante?

Geométrica.

11.47 ¿La sucesión que resulta al multiplicar término a término dos progresiones geométricas es una progresión geométrica? En caso afirmativo, ¿cuál es su razón?

Sí lo es.

Sean las progresiones geométricas: $\begin{cases} a_n = a_1 r^{n-1} \\ b_n = b_1 s^{n-1} \end{cases}$ de razones r y s , respectivamente.

$a_n \cdot b_n = (a_1 \cdot b_1) \cdot (r \cdot s)^{n-1}$ es una progresión geométrica de razón $r \cdot s$.

11.48 ¿Puede existir alguna progresión geométrica que tenga todos sus términos negativos? Razona la respuesta.

Sí existe, y la condición que ha de cumplir es que el primer término de la progresión sea negativo y que la razón sea un número positivo.

Si a_1 es negativo, entonces:

$$a_2 = a_1 \cdot r \Rightarrow a_2 \begin{cases} < 0 & \text{si } r > 0 \\ > 0 & \text{si } r < 0 \end{cases}$$

Con r negativo, $a_3 = a_2 \cdot r$ será negativo, y así sucesivamente.

11.49 Escribe los primeros términos de la sucesión de los números pares. ¿Cuál es su término general?

2, 4, 6, 8, 10 ... Su término general es $p_n = 2n$.

11.50 Escribe los primeros términos de la sucesión de los números impares. ¿Cuál es su término general?

1, 3, 5, 7, 9 ... Su término general es $i_n = 2n - 1$.

11.51 Escribe los primeros términos de la sucesión suma de la sucesión de los números pares y la de los números impares. ¿Cuál es su término general?

$(p_n) = (2, 4, 6, 8, 10 \dots)$; $(i_n) = (1, 3, 5, 7, 9 \dots)$; $(s_n) = (p_n) + (i_n) = (3, 7, 11, 15, 19 \dots)$

Su término general es $s_n = 3 + (n - 1) \cdot 4 = 4n - 1$.

11.52 ¿Qué puede decirse de una sucesión cuyo término general se puede expresar así?:

a) $a_n = a_{n-1} + 10$

c) $a_n = a_{n-1} \cdot 10$

b) $a_n = a_{n-1} - 10$

d) $a_n = \frac{a_{n-1}}{10}$

a) $a_n = a_{n-1} + 10 = a_{n-2} + 10 + 10 = \dots = a_1 + (n - 1) \cdot 10$. Progresión aritmética con diferencia 10

b) $a_n = a_{n-1} - 10 = a_{n-2} - 10 - 10 = \dots = a_1 + (n - 1) \cdot (-10)$. Progresión aritmética con diferencia -10

c) $a_n = a_{n-1} \cdot 10 = a_{n-2} \cdot 10 \cdot 10 = \dots = a_1 \cdot (10)^{n-1}$. Progresión geométrica con razón 10

d) $a_n = \frac{a_{n-1}}{10} = \frac{a_{n-2}}{10 \cdot 10} = \dots = \frac{a_1}{10^{n-1}}$. Progresión geométrica con razón $\frac{1}{10}$

11 SUCESIONES. PROGRESIONES

11.53 ¿Cómo es una sucesión aritmética de diferencia 0? ¿Y una progresión geométrica de razón 1?

Una sucesión aritmética de diferencia 0 es constante: $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot 0 = a_1$.

Una progresión geométrica de razón 1 también es constante: $a_n = a_1 \cdot 1^{n-1} = a_1$.

11.54 ¿Cómo tiene que ser la razón de una progresión geométrica para que todos sus términos vayan cambiando alternativamente de signo?

Negativa.

11.55 Varios términos de una sucesión están en progresión aritmética. ¿Qué propiedad cumplen los términos que estén a la misma distancia del primero y del último término?

Sean los términos en progresión aritmética a_1, a_2, \dots, a_n . Dos términos que estén a la misma distancia del primero y último término pueden ser $a_2 = a_1 + d$ y $a_{n-1} = a_n - d$.

La suma de ambos es igual a: $a_2 + a_{n-1} = a_1 + d + a_n - d = a_1 + a_n$, es decir, la suma del primero y último término.

11.56 Varios términos de una sucesión están en progresión geométrica. ¿Qué le ocurre al producto de dos términos que estén a la misma distancia del primero y del último término?

Sean los términos en progresión geométrica a_1, a_2, \dots, a_n . Dos términos que estén a la misma distancia del primero y último término pueden ser $a_2 = a_1 \cdot r$ y $a_{n-1} = a_n : r$.

El producto de ambos es igual a: $a_2 \cdot a_{n-1} = a_1 \cdot r \cdot \frac{a_n}{r} = a_1 \cdot a_n$, es decir, el producto del primero y último término.