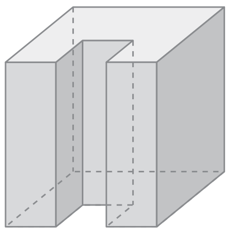
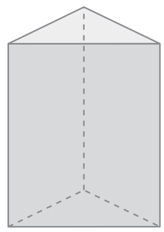
EJERCICIOS PROPUESTOS

10.1 Indica cuál de estos poliedros es cóncavo y cuál es convexo.

a)



b)



a) Cóncavo

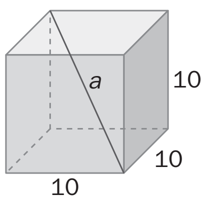
b) Convexo

10.2 Completa la siguiente tabla.

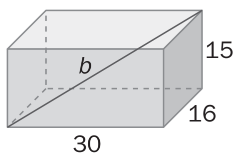
	Caras (C)	Vértices (V)	Aristas (A)	$C + V$	$A + 2$
Tetraedro	4	4	6	8	8
Cubo	6	8	12	14	14
Octaedro	8	6	12	14	14
Dodecaedro	12	20	30	32	32
Icosaedro	20	12	30	32	32

10.3 Halla el elemento desconocido en los siguientes prismas. Las medidas están dadas en centímetros.

a)



b)



a) Hallamos la diagonal de la base: $d = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200}$ cm

Y ahora la diagonal del prisma, por el teorema de Pitágoras:

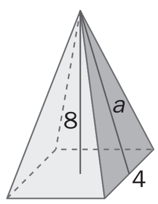
$a = \sqrt{\left(\sqrt{200}\right)^2 + 10^2} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3}$ cm

b) Hallamos la diagonal de la base: $d = \sqrt{30^2 + 16^2} = \sqrt{1\,156} = 34$ cm

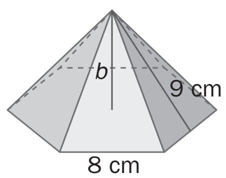
Y ahora la diagonal del prisma, por el teorema de Pitágoras: $b = \sqrt{34^2 + 15^2} = \sqrt{1\,381}$ cm

10.4 Calcula el elemento desconocido en estas pirámides. Las medidas están dadas en centímetros.

a)



b)



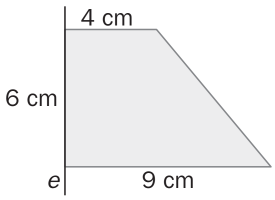
a) La base es un cuadrado, aplicamos el teorema de Pitágoras con catetos: 2 y 8

$a = \sqrt{8^2 + 2^2} = \sqrt{68} = 8{,}25$ cm

b) Sea h la apotema del hexágono, por Pitágoras: $h^2 = 8^2 - 4^2 \Rightarrow h = \sqrt{48} = 6{,}93$ cm

$b^2 + 6{,}93^2 = 9^2 \Rightarrow b^2 = 33 \Rightarrow b = 5{,}74$ cm

10.5 ¿Qué cuerpo geométrico se obtiene al girar el trapecio sobre el eje *e*? Halla la generatriz.

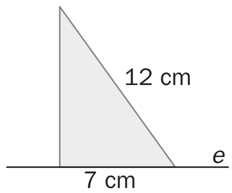


Se obtiene un tronco de cono.

Para el cálculo de la generatriz usamos el teorema de Pitágoras:

$g^2 = 6^2 + 5^2 = 61 \Rightarrow g = 7{,}81$ cm

10.6 ¿Qué cuerpo geométrico se obtiene al girar el triángulo sobre el eje *e*? ¿Cuánto mide el radio de la base?

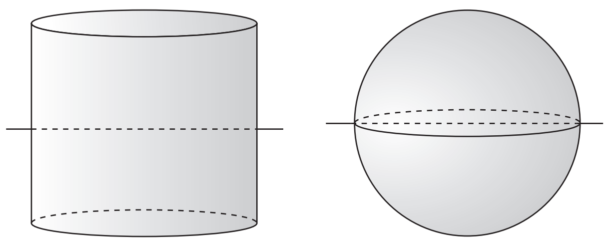


Se obtiene un cono.

El radio de la base es el cateto de longitud desconocida del triángulo, usamos Pitágoras para hallarlo.

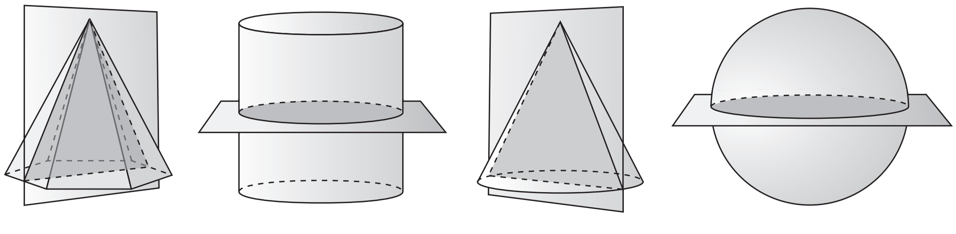
$12^2 = 7^2 + x^2 \Rightarrow x^2 = 95 \Rightarrow x = 9{,}75$ cm

10.7 Para los cuerpos del ejercicio resuelto 3, traza, si es posible, otros ejes de simetría.



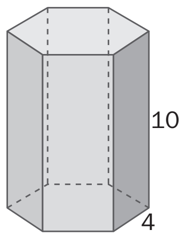
La pirámide y el cono no tienen más ejes de simetría.

10.8 Para los cuerpos del ejercicio resuelto 3, traza, si es posible, otros planos de simetría.

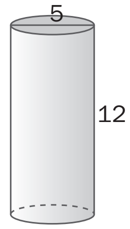


10.9 Halla el área lateral y total de estos cuerpos. Las medidas están dadas en centímetros.

a)



b)



a) $A_{\text{hexágono}} = 6\left(\frac{4h}{2}\right) = 12h = 12\sqrt{4^2 - 2^2} = 12\sqrt{12} = 41{,}57\ \text{cm}^2$

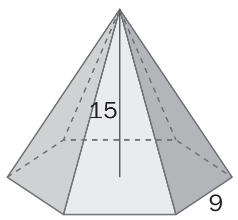
$A_{\text{lateral}} = 10 \cdot 24 = 240\ \text{cm}^2 \qquad A_{\text{total}} = 240 + 2 \cdot 41{,}57 = 323{,}14\ \text{cm}^2$

b) $A_{\text{lateral}} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 2{,}5 \cdot 12 = 60\pi = 188{,}4\ \text{cm}^2$

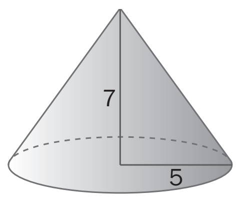
$A_{\text{cilindro}} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 60\pi + 2\pi \cdot 2{,}5^2 = 72{,}5\pi = 227{,}77\ \text{cm}^2$

10.10 Calcula el área lateral y total de los siguientes cuerpos, cuyas medidas están dadas en centímetros.

a)



b)



a) Se calcula la longitud de arista lateral de la pirámide: $l = \sqrt{15^2 + 9^2} = 17{,}49$ cm

Se calcula la longitud de la apotema de la pirámide: $A = \sqrt{17{,}49^2 - 4{,}5^2} = 16{,}9$ cm

$A_{\text{lateral}} = \frac{p \cdot A}{2} = \frac{9 \cdot 6 \cdot 16{,}9}{2} = 456{,}3\ \text{cm}^2$

Se calcula la longitud de la apotema de la base: $a = \sqrt{9^2 - 4{,}5^2} = 7{,}8$ cm

$A_{\text{pirámide}} = \frac{p \cdot A}{2} + \frac{p \cdot a}{2} = 456{,}3 + \frac{9 \cdot 6 \cdot 7{,}8}{2} = 666{,}9\ \text{cm}^2$

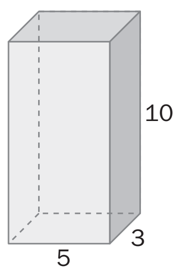
b) Se calcula la longitud de la generatriz: $g = \sqrt{7^2 + 5^2} = 8{,}6$ cm

$A_{\text{lateral}} = \pi rg = \pi \cdot 5 \cdot 8{,}6 = 43\pi = 135{,}02\ \text{cm}^2$

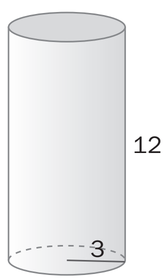
$A_{\text{cono}} = \pi rg + \pi r^2 = 43\pi + \pi \cdot 5^2 = 68\pi = 213{,}62\ \text{cm}^2$

10.11 Calcula el volumen de los siguientes cuerpos. Las medidas están dadas en centímetros.

a)



b)

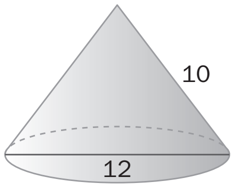


a) $V = A_{\text{base}} \cdot h = 5 \cdot 3 \cdot 10 = 150\ \text{cm}^3$

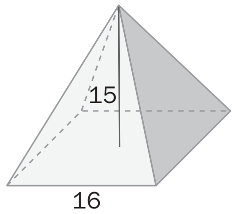
b) $V = \pi \cdot 3^2 \cdot 12 = 339{,}29\ \text{cm}^3$

10.12 Halla el volumen de los siguientes cuerpos, cuyas medidas están dadas en centímetros.

a)



b)



a) $V = \dfrac{\pi \cdot 6^2 \cdot 8}{3} = 301{,}59\ \text{cm}^3$

b) $V = \dfrac{16^2 \cdot 15}{3} = 1\,280\ \text{cm}^3$

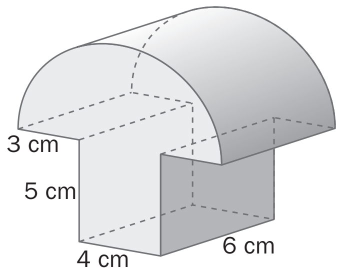
10.13 Halla el volumen de una esfera cuyo diámetro mide 12 centímetros.

$V = \dfrac{4}{3}\pi \cdot r^3 = 904{,}78\ \text{cm}^3$

10.14 El volumen de una esfera es de 500 centímetros cúbicos. Calcula el área de dicha esfera.

Se calcula la longitud del radio: $r = \sqrt[3]{\dfrac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\dfrac{3 \cdot 500}{4\pi}} = 4{,}9\ \text{cm} \Rightarrow A = 4\pi \cdot r^2 = 301{,}57\ \text{cm}^2$

10.15 Calcula el área y el volumen de este cuerpo.

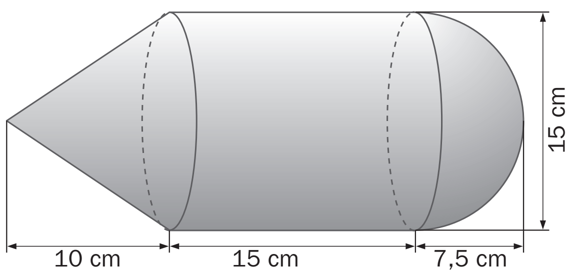


$A_1 = \pi \cdot 5 \cdot 6 + \pi \cdot 5^2 + 36 = 55\pi + 36 = 208{,}7\ \text{cm}^2$; $A_2 = 2 \cdot 4 \cdot 5 + 2 \cdot 5 \cdot 6 + 6 \cdot 4 = 40 + 60 + 24 = 124\ \text{cm}^2$

$A = 208{,}7 + 124 = 332{,}7\ \text{cm}^2$

$V_1 = \dfrac{\pi \cdot r^2 h}{2} = \dfrac{\pi \cdot 5^2 \cdot 6}{2} = 235{,}5\ \text{cm}^3$; $V_2 = 5 \cdot 4 \cdot 6 = 120\ \text{cm}^3 \Rightarrow V = 235{,}5 + 120 = 355{,}5\ \text{cm}^3$

10.16 Determina el área y el volumen del siguiente cuerpo.



Se calcula la longitud de la generatriz del cono: $g = \sqrt{10^2 - 7{,}5^2} = 6{,}61\ \text{cm}$

$A_1 = \pi \cdot r \cdot g = \pi \cdot 7{,}5 \cdot 6{,}61 = 155{,}67\ \text{cm}^2$; $A_2 = 2\pi \cdot r \cdot h = 2\pi \cdot 7{,}5 \cdot 15 = 706{,}5\ \text{cm}^2$; $A_3 = 2\pi \cdot 7{,}5^2 = 353{,}25\ \text{cm}^2$

$A = 155{,}67 + 706{,}5 + 353{,}25 = 1\,215{,}42\ \text{cm}^2$

$V_1 = \dfrac{\pi r^2 h}{3} = \dfrac{\pi \cdot 7{,}5^2 \cdot 10}{3} = 588{,}75\ \text{cm}^3$; $V_2 = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot 7{,}5^2 \cdot 15 = 2\,649{,}38\ \text{cm}^3$;

$V_3 = \dfrac{2\pi r^3}{3} = \dfrac{2\pi \cdot 7{,}5^3}{3} = 883{,}13\ \text{cm}^3 \Rightarrow V = 588{,}75 + 2\,649{,}38 + 883{,}13 = 4\,121{,}26\ \text{cm}^3$

10.17 **Dos ciudades se encuentran situadas sobre dos meridianos que forman un ángulo de 225°. ¿Cuál será su diferencia horaria?**

$$\frac{225}{15} = 15 \text{ horas}$$

10.18 **Halla el área de la superficie terrestre sabiendo que el radio de la Tierra mide, aproximadamente, 6 371 kilómetros.**

$A = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 6\,371^2 = 509\,805\,891 \text{ km}^2$

10.19 **Halla la distancia entre los dos puntos terrestres. *A*(10° O, 25° S) *B*(10° O, 55° S)**

Como están en el mismo meridiano (10° O), la distancia en grados es $55° - 25° = 30°$.

$$\text{dist} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 30° \cdot 6\,371}{360} = 3\,334{,}16 \text{ km}$$

10.20 **Las coordenadas geográficas de una ciudad son (15° E, 45° N). ¿Cuál es la distancia al ecuador medida sobre el meridiano de dicha ciudad?**

Como está a 45° N $\Rightarrow \text{dist} = \dfrac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 45° \cdot 6\,371}{360} = 5\,001{,}24 \text{ km}$