EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Poliedros y cuerpos redondos. Propiedades

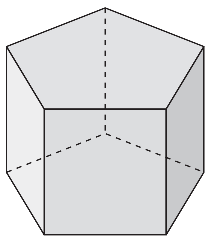
10.23 Un poliedro regular tiene 8 vértices y 12 aristas. Utiliza la fórmula de Euler para saber de qué poliedro se trata.

$C + V = A + 2$; $C = A - V + 2 \Rightarrow C = 12 - 8 + 2 = 6$. Se trata de un cubo.

10.24 Queremos construir con alambre el esqueleto de un tetraedro de 8 centímetros de arista. ¿Cuánto alambre necesitamos?

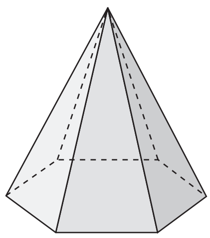
Como el tetraedro tiene 6 aristas, son necesarios $6 \cdot 8 = 48$ cm de alambre.

10.25 Dibuja un prisma pentagonal recto, e indica cuántas aristas, cuántas caras y cuántos vértices tiene.



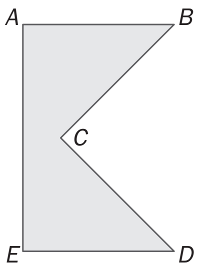
El prisma tiene 15 aristas, 7 caras y 10 vértices.

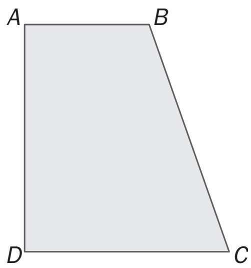
10.26 Dibuja una pirámide hexagonal recta, e indica cuántas aristas, cuántas caras y cuántos vértices tiene.



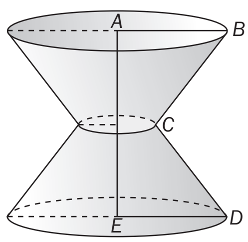
La pirámide tiene 12 aristas, 7 caras y 7 vértices.

10.27 Dibuja la figura que se obtiene al hacer girar los siguientes polígonos sobre el lado que se indica.

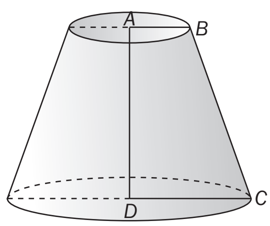




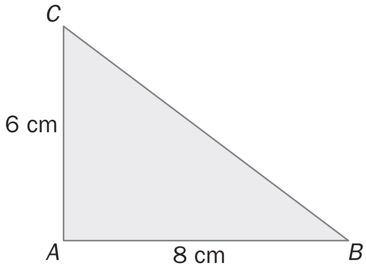
a) Lado *AE*



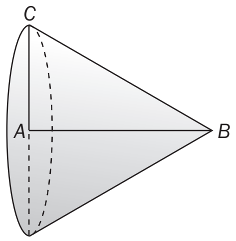
b) Lado *AD*



10.28 El triángulo rectángulo *BAC* de la figura se hace girar sobre el cateto *AB*. Dibuja el cuerpo que se obtiene y calcula la longitud de su generatriz.



Generatriz: $g = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$ cm

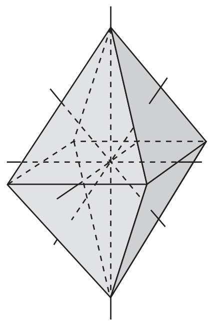


10.29 Las aristas del ortoedro de la figura miden 12, 4 y 3 centímetros, respectivamente. Halla la longitud de la diagonal *d*.

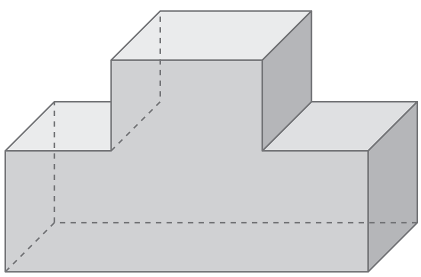
$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{12^2 + 3^2 + 4^2} = 13$ cm

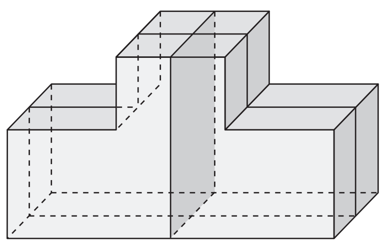
Simetría en poliedros y cuerpos redondos

10.30 Dibuja todos los ejes de simetría que se pueden trazar en un octaedro.



10.31 Queremos cortar el cuerpo de la figura, de manera que quede dividido en dos trozos exactamente iguales. Dibuja todos los posibles planos de simetría para resolver el problema

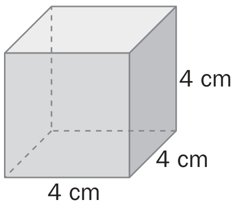




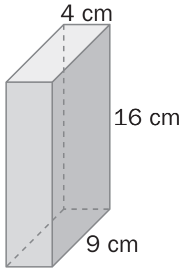
Áreas y volúmenes de poliedros, cilindros y conos

10.32 Calcula el área lateral y el área total de los siguientes cuerpos.

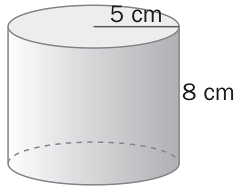
a)



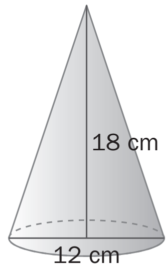
b)



c)



d)



a) $A_{lateral} = 4a^2 = 4 \cdot 4^2 = 64$ cm^2; $A_{cubo} = 6a^2 = 6 \cdot 4^2 = 96$ cm^2

b) $A_{lateral} = p \cdot h = 2 \cdot (4 + 9) \cdot 16 = 416$ cm^2; $A_{poliedro} = p \cdot h + 2$ Área base $= 416 + 2 \cdot 9 \cdot 4 = 488$ cm^2

c) $A_{lateral} = 2\pi rh = 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 8 = 251{,}2$ cm^2; $A_{cilindro} = 2\pi rh + 2\pi r^2 = 251{,}2 + 2 \cdot \pi \cdot 5^2 = 251{,}2 + 157 = 408{,}2$ cm^2

d) Se calcula la longitud de la generatriz: $g = \sqrt{18^2 + 6^2} = 18{,}97$ cm

$A_{lateral} = \pi rg = \pi \cdot 6 \cdot 18{,}97 = 357{,}39$ cm^2; $A_{cono} = \pi rg + \pi r^2 = 357{,}39 + \pi \cdot 6^2 = 470{,}43$ cm^2

10.33 Un prisma recto, cuya base es un rectángulo de dimensiones 5 y 6 centímetros, tiene una altura de 15 centímetros. Calcula su volumen.

$V =$ Área base $\cdot h = 5 \cdot 6 \cdot 15 = 450$ cm^3

10.34 La generatriz de un cono mide 6 centímetros y el radio de su base mide 3 centímetros. Calcula:

a) La altura del cono.

b) Su área lateral.

c) Su área total.

d) Su volumen.

a) Se calcula la altura aplicando el teorema de Pitágoras: $\sqrt{6^2 - 3^2} = 5{,}2$ cm

b) $A_{lateral} = \pi rg = \pi \cdot 3 \cdot 6 = 56{,}52$ cm^2

c) $A_{cono} = \pi rg + \pi r^2 = 56{,}52 + \pi \cdot 3^2 = 84{,}78$ cm^2

d) $V = \dfrac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3} = \dfrac{3{,}14 \cdot 32 \cdot 5{,}2}{3} = 48{,}984$ cm^3

10.35 El volumen de un depósito cilíndrico es 1 695,60 metros cúbicos y el radio de su base mide 6 metros. Calcula la altura del depósito.

Se sustituyen los datos en la fórmula:

$V_{cilindro} =$ Área base $\cdot h$; $1\,695{,}6 = \pi \cdot 6^2 \cdot h$

Se despeja la altura: $h = \dfrac{1\,695{,}6}{\pi \cdot 6^2} = 15$ cm

10.36 Las pirámides de los faraones Keops y Micerinos se pueden encontrar muy próximas en Gizeh, aunque con proporciones bien distintas. La pirámide de Keops tiene una base cuadrada de lado 230 metros y de altura 147 metros. El lado de la base cuadrada de la pirámide de Micerinos es 105 metros y la altura 65 metros.

a) Calcula el volumen de cada una de ellas.

b) ¿Cuántas veces es mayor la pirámide de Keops respecto a la de Micerinos?

a) $V_{\text{pirámide Keops}} = \dfrac{230^2 \cdot 147}{3} = 2\,592\,100 \text{ m}^3$

$V_{\text{pirámide Micerinos}} = \dfrac{105^2 \cdot 65}{3} = 238\,875 \text{ m}^3$

b) $\dfrac{2\,592\,100}{238\,875} = 10{,}85$

El volumen de la pirámide de Keops es 10,85 veces mayor que el de la de Micerinos.

La esfera

10.37 Calcula el área de una superficie esférica cuyo radio mide 7 centímetros.

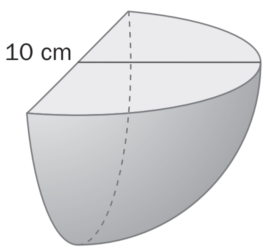
$A = 4\pi \cdot r^2 = 4\pi \cdot 7^2 = 615{,}44 \text{ cm}^2$

10.38 Halla el volumen de una esfera cuyo diámetro mide 18 centímetros.

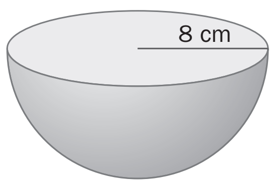
$V = \dfrac{4}{3}\pi \cdot r^3 = \dfrac{4}{3}\pi \cdot 9^3 = 3\,052{,}08 \text{ cm}^3$

10.39 Averigua el volumen de cada uno de estos cuerpos.

a)



b)



a) $V = \dfrac{1}{3}\pi \cdot r^3 = \dfrac{1}{3}\pi \cdot 10^3 = 1\,047{,}20 \text{ cm}^3$

b) $V = \dfrac{2}{3}\pi \cdot r^3 = \dfrac{2}{3}\pi \cdot 8^3 = 1\,072{,}33 \text{ cm}^3$

10.40 Calcula el volumen de una esfera cuya superficie esférica mide 1 256 centímetros cuadrados.

Se calcula la longitud del radio: $r = \sqrt{\dfrac{S}{4\pi}} = \sqrt{\dfrac{1\,256}{4\pi}} = 10 \text{ cm}$

Se calcula el volumen: $V = \dfrac{4}{3}\pi \cdot r^3 = 4\,186{,}67 \text{ cm}^3$

10.41 **En una superficie esférica de radio 10 centímetros, se tiene una circunferencia máxima y una circunferencia menor paralela a ella.**

Calcula la distancia entre sus centros sabiendo que el radio de la circunferencia menor es 5 centímetros.

Se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo formado por los dos radios y el segmento que une los dos centros:

$d = \sqrt{10^2 - 5^2} = 8{,}66$ cm

La Tierra. Coordenadas geográficas

10.42 **Calcula la superficie de cada uno de los husos horarios, sabiendo que el radio de la Tierra es, aproximadamente, 6 371 kilómetros.**

$$A = \frac{4 \cdot \pi \cdot 6\,371}{24} = 21\,252\,686{,}33 \text{ km}^2$$

10.43 **Calcula la distancia que recorre un avión que vuela entre un punto de Europa de coordenadas geográficas (8° E, 45° N) y otro de América de coordenadas (70° O, 45° N), siguiendo el paralelo común.**

Como tiene la misma latitud y es 45° N, el avión sigue una circunferencia de radio:

$$r^2 + r^2 = 6\,371^2 \Rightarrow r = 4\,505 \text{ km}$$

El ángulo que recorre es $70° + 8° = 78°$

$$\text{dist} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 4\,505 \cdot 78}{360} = 6\,132{,}91 \text{ km}$$

10.44 **Dos puntos *A* y *B* situados sobre el Ecuador tienen de longitud 20° E y 20° O. ¿Cuál es la distancia entre ambos? Recuerda que el Ecuador mide 40 030 km.**

$$\text{dist} = \frac{40\,030 \cdot 40}{360} = 4\,447{,}78 \text{ km}$$