



Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. Sea f la función definida para $x \neq 1$ por $f(x) = \frac{e^x}{x-1}$.

- [0'5 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de f .
- [0'75 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f .
- [0'75 puntos] Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de f .
- [0'5 puntos] Esboza la gráfica de f .

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Calcula la integral

$$\int \frac{3x^3 + x^2 - 10x + 1}{x^2 - x - 2} dx.$$

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} x + 3y + z = 5 \\ mx + 2z = 0 \\ my - z = m \end{array} \right\}.$$

- [1 punto] Determina los valores de m para los que el sistema tiene una única solución. Calcula dicha solución para $m = 1$.
- [1 punto] Determina los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones. Calcula dichas soluciones.
- [0'5 puntos] ¿Hay algún valor de m para el que el sistema no tiene solución?

Ejercicio 4. Sea el punto $P(1, 0, -3)$ y la recta $r \equiv \begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ x + z = 0. \end{cases}$

- [1 punto] Halla la ecuación del plano que contiene a P y es perpendicular a r .
- [1'5 puntos] Calcula las coordenadas del punto simétrico de P respecto de r .



Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Determina los puntos de la parábola de ecuación $y = 5 - x^2$ que están más próximos al origen de coordenadas. Calcula la distancia entre los puntos obtenidos y el origen de coordenadas.

Ejercicio 2. Se sabe que la función $f : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{ax} & \text{si } 0 \leq x \leq 8, \\ \frac{x^2 - 32}{x - 4} & \text{si } x > 8. \end{cases}$$

es continua en $[0, +\infty)$.

(a) [0'5 puntos] Halla el valor de a .

(b) [2 puntos] Calcula $\int_0^{10} f(x) dx$.

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Halla la matriz X que cumple que

$$A \cdot X \cdot A - B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

siendo $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4. Se sabe que los puntos $A(m, 0, 1)$, $B(0, 1, 2)$, $C(1, 2, 3)$ y $D(7, 2, 1)$ están en un mismo plano.

(a) [1'5 puntos] Halla m y calcula la ecuación de dicho plano.

(b) [1 punto] ¿Están los puntos B , C y D alineados?