



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.** De la función  $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  se sabe que  $f'(x) = \frac{3}{(x+1)^2}$  y que  $f(2) = 0$ .

- [1'25 puntos] Determina  $f$ .
- [1'25 puntos] Halla la primitiva de  $f$  cuya gráfica pasa por el punto  $(0, 1)$ .

**Ejercicio 2.** Considera la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = (x+1)(x-1)(x-2)$ .

- [1 punto] Halla las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .
- [1'5 puntos] Determina los intervalos de concavidad y de convexidad de  $f$ . ¿Tiene puntos de inflexión la gráfica de  $f$ ?

**Ejercicio 3.** Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} mx - y &= 1 \\ x - my &= 2m - 1 \end{aligned} \right\}.$$

- [1'5 puntos] Clasifica el sistema según los valores de  $m$ .
- [1 punto] Calcula los valores de  $m$  para los que el sistema tiene una solución en la que  $x = 3$ .

**Ejercicio 4.** Sean los puntos  $A(1, 2, 1)$ ,  $B(2, 3, 1)$ ,  $C(0, 5, 3)$  y  $D(-1, 4, 3)$ .

- [1 punto] Prueba que los cuatro puntos están en el mismo plano. Halla la ecuación de dicho plano.
- [0'75 puntos] Demuestra que el polígono de vértices consecutivos  $ABCD$  es un rectángulo.
- [0'75 puntos] Calcula el área de dicho rectángulo.



**Instrucciones:**

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción B**

**Ejercicio 1.** Se sabe que la función  $f : (-1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 3 & \text{si } -1 < x < 0, \\ \frac{x^2 + a}{x + 1} & \text{si } x \geq 0. \end{cases}$$

es continua en  $(-1, +\infty)$ .

- [1'25 puntos] Halla el valor de  $a$ . ¿Es  $f$  derivable en  $x = 0$ ?
- [1'25 puntos] Determina los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de  $f$ .

**Ejercicio 2.** [2'5 puntos] Determina  $b$  sabiendo que  $b > 0$  y que el área de la región limitada por la curva  $y = x^2$  y la recta  $y = bx$  es igual a  $9/2$ .

**Ejercicio 3.** Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- [1'25 puntos] Calcula  $A \cdot B$ ,  $A \cdot C$ ,  $A^t \cdot B^t$  y  $C^t \cdot A^t$ , siendo  $A^t$ ,  $B^t$  y  $C^t$  las matrices transpuestas de  $A$ ,  $B$  y  $C$ , respectivamente.
- [1'25 puntos] Razona cuáles de las matrices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  y  $A \cdot B$  tienen matriz inversa y en los casos en que la respuesta sea afirmativa, halla la correspondiente matriz inversa.

**Ejercicio 4.** [2'5 puntos] Dados los vectores  $\vec{u} = (2, 1, 0)$  y  $\vec{v} = (-1, 0, 1)$ , halla un vector unitario  $\vec{w}$  que sea coplanario con  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  y ortogonal a  $\vec{v}$ .