



Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = 2 - x|x|$.

- [0'75 puntos] Esboza la gráfica de f .
- [1 punto] Estudia la derivabilidad de f en $x = 0$.
- [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 2$.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Considera las funciones $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas, respectivamente, por

$$f(x) = \ln x \quad \text{y} \quad g(x) = 1 - 2^x,$$

siendo $\ln x$ el logaritmo neperiano de x . Calcula el área del recinto limitado por las rectas $x = 1$ y $x = 2$ y las gráficas de f y g .

Ejercicio 3. [2'5 puntos] Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{aligned} x + 3y + z &= 0 \\ 2x - 13y + 2z &= 0 \\ (a + 2)x - 12y + 12z &= 0 \end{aligned} \right\}.$$

Determina el valor a para que tenga soluciones distintas de la solución trivial y resuélvelo para dicho valor de a .

Ejercicio 4. Considera el plano $\pi \equiv 2x + y - z + 7 = 0$ y la recta $r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 1 + \lambda \\ z = 1 + 3\lambda. \end{cases}$

- [1 punto] Halla la ecuación de un plano perpendicular a π y que contenga a la recta r .
- [1'5 puntos] ¿Hay algún plano paralelo a π que contenga a la recta r ? En caso afirmativo determina sus ecuaciones.



Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. [2'5 puntos] Se sabe que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x - 1} - \frac{a}{2x} \right)$$

es finito. Determina el valor de a y calcula el límite.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Determina b sabiendo que $b > 0$ y que el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = \left(\frac{1}{3}x - b\right)^2$ y los ejes coordenados es igual a 8.

Ejercicio 3. Se sabe que $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -2$. Calcula, indicando las propiedades que utilices, los siguientes determinantes:

(a) [0'75 puntos] $\begin{vmatrix} 3a_{11} & 3a_{12} & 15a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & 5a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & 5a_{33} \end{vmatrix}$

(b) [0'75 puntos] $\begin{vmatrix} 3a_{21} & 3a_{22} & 3a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

(c) [1 punto] $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} - a_{31} & a_{22} - a_{32} & a_{23} - a_{33} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$

Ejercicio 4. Las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x + y - 2 = 0 \\ 2x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x + y - 6 = 0 \\ x + y - z - 6 = 0 \end{cases}$$

contienen dos lados de un cuadrado.

(a) [1'25 puntos] Calcula el área del cuadrado.

(b) [1'25 puntos] Halla la ecuación del plano que contiene al cuadrado.