



Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1. Considera la integral definida $I = \int_1^9 \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx$.

- [1'5 puntos] Expresa la anterior integral definida aplicando el cambio de variables $1 + \sqrt{x} = t$.
- [1 punto] Calcula I .

Ejercicio 2.

- [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la parábola $y = x^2$ que es paralela a la recta $-4x + y + 3 = 0$.
- [1'5 puntos] Halla las ecuaciones de las rectas tangentes a la parábola $y = x^2$ que pasan por el punto $(2, 0)$.

Ejercicio 3. Denotamos por M^t a la matriz transpuesta de una matriz M .

- [1 punto] Sabiendo que $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ y que $\det(A) = 4$, calcula los siguientes determinantes:

$$\det(-3A^t) \quad \text{y} \quad \begin{vmatrix} 2b & 2a \\ -3d & -3c \end{vmatrix}.$$

- [0'75 puntos] Sea I la matriz identidad de orden 3 y sea B una matriz cuadrada tal que $B^3 = I$. Calcula $\det(B)$.
- [0'75 puntos] Sea C una matriz cuadrada tal que $C^{-1} = C^t$. ¿Puede ser $\det(C) = 3$? Razona la respuesta.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Halla la distancia entre las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 0 \\ y - 1 = \frac{z - 2}{-3} \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x - 1 = 1 - z \\ y = 0. \end{cases}$$



Instrucciones:

- Duración:** 1 hora y 30 minutos.
- Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
- La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
- Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
- Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1. Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1$.

- [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en un punto de la misma de ordenada $y = 1$, teniendo en cuenta que dicha recta tangente tiene pendiente negativa.
- [1'5 puntos] Calcula el área de la región del plano limitada por la gráfica de f , la recta tangente obtenida y el eje de ordenadas.

Ejercicio 2. [2'5 puntos] Se quiere fabricar una caja abierta de chapa con base cuadrada y con 32 litros de capacidad. Halla las dimensiones de la caja que precisa la menor cantidad de chapa.

Ejercicio 3. Considera el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} mx + 2y + z = 2 \\ x + my = m \\ 2x + mz = 0 \end{array} \right\}.$$

- [0'5 puntos] Determina los valores de m para los que $x = 0$, $y = 1$ y $z = 0$ es solución del sistema.
- [1 punto] Determina los valores de m para los que el sistema es incompatible.
- [1 punto] Determina los valores de m para los que el sistema tiene infinitas soluciones.

Ejercicio 4. [2'5 puntos] Considera los puntos $P(6, -1, -10)$, $Q(0, 2, 2)$ y R , que es el punto de intersección del plano $\pi \equiv 2x + \lambda y + z - 2 = 0$ y la recta

$$r \equiv \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ y = 1. \end{cases}$$

Determina λ sabiendo que los puntos P , Q y R están alineados.