

Opción A

Ejercicio 1 opción A, modelo Junio 2012 común

Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida como $f(x) = e^x \cdot (x - 2)$.

(a) [1 punto] Calcula la asíntotas de f .

(b) [1 punto] Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .

(c) [0'5 puntos] Determinan, si existen, los puntos de inflexión de la gráfica de f .

Solución

(a)

Estudia las asíntotas de la gráfica de la función $f(x) = e^x \cdot (x - 2)$.

$x = a$ es una asíntota vertical (A.V.) de $f(x)$ si $\lim_{x \rightarrow a^+} [f(x)] = \infty$

Vemos que no tiene A.V. porque no existe ningún número que anule el denominador (no hay denominador), y tampoco tenemos funciones logarítmicas.

$x = b$ es una asíntota horizontal (A.H.) de $f(x)$ si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x)] = b$

Como $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [e^x \cdot (x - 2)] = e^{+\infty} \cdot (+\infty) = +\infty$, f no tiene A.H. en $+\infty$.

(Regla de L'Hôpital, L'H. Si f y g son funciones con derivada continua, $f(a) = g(a) = 0$, y existe $\lim_{x \rightarrow a} [f'(x) / g'(x)]$, entonces $\lim_{x \rightarrow a} [f(x) / g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} [f'(x) / g'(x)]$. Se puede aplicar cuando $x \rightarrow \infty$, y también si obtenemos ∞/∞ en el cálculo del límite.)

Como $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [e^{-x} \cdot (-x - 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} [(-x - 2) / e^x] = (-\infty/\infty)$, L'H) = $\lim_{x \rightarrow +\infty} [(-1) / e^x] = 1/\infty = 0$, luego f tiene la recta **$y = 0$ como A.H.** en $-\infty$.

No asíntota oblicua (A.O.)

Como $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 0] = 0^-$, $f(x)$ está por debajo de la A.H. en $-\infty$ (le damos a x el valor -100)

(b)

Halla los extremos relativos (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan) y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .

Me están pidiendo la monotonía, que es el estudio de $f'(x)$.

$$f(x) = e^x \cdot (x - 2)$$

$$f'(x) = e^x \cdot (x - 2) + e^x \cdot (1) = e^x \cdot (x - 1)$$

Si $f'(x) = 0$; tenemos $(x - 1) = 0$ (e^x no se anula nunca), de donde $x = 1$, que puede ser el extremo relativo.

Como $f'(0) = e^0 \cdot (-1) < 0$, $f'(x) < 0$ en $x < 1$, luego $f(x)$ es estrictamente decreciente en $x < 1$.

Como $f'(2) = e^2 \cdot (1) > 0$, $f'(x) > 0$ en $x > 1$, luego $f(x)$ es estrictamente creciente en $x > 1$.

Por definición en $x = +1$ hay un mínimo relativo que vale $f(1) = e^1 \cdot (1 - 2) = -e$.

(c)

Determinan, si existen, los puntos de inflexión de la gráfica de f .

Me están pidiendo el estudio de la segunda derivada.

$$f(x) = e^x \cdot (x - 2)$$

$$f'(x) = e^x \cdot (x - 1)$$

$$f''(x) = e^x \cdot (x - 1) + e^x \cdot (1) = e^x \cdot (x)$$

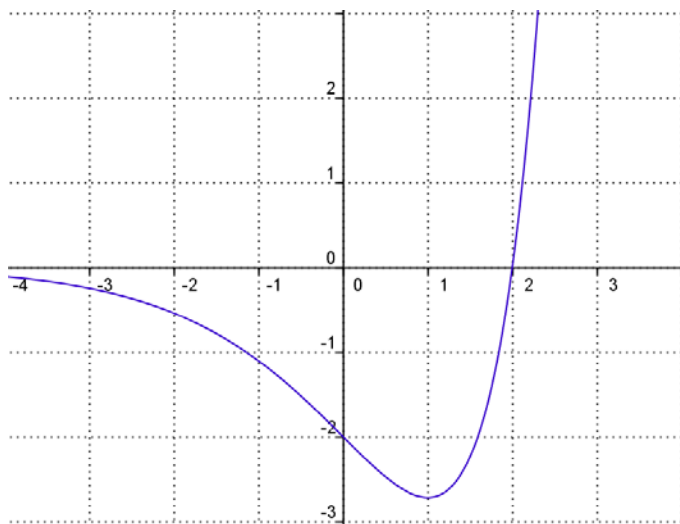
Si $f''(x) = 0$; tenemos $x = 0$ (e^x no se anula nunca), que puede ser el punto de inflexión.

Como $f''(-1) = e^{-1} \cdot (-1) < 0$, $f''(x) < 0$ en $x < 0$, luego $f(x)$ es cóncava (\cap) en $x < 0$.

Como $f''(1) = e^1 \cdot (1) > 0$, $f''(x) > 0$ en $x > 0$, luego $f(x)$ es convexa (\cup) en $x > 0$.

Por definición en $x = 0$ hay un punto de inflexión que vale $f(0) = e^0 \cdot (-2) = -2$.

Aunque no lo piden un esbozo de la gráfica es :



Ejercicio 2 opción A, modelo Junio 2012 común

Sea f una función continua en el intervalo $[2,3]$ y F una primitiva de f tal que $F(2) = 1$ y $F(3) = 2$, Calcula:

(a) [0'75 puntos] $\int_2^3 f(x) dx$

(b) [0'75 puntos] $\int_2^3 (5f(x) - 7) dx$

(c) [1 punto] $\int_2^3 (F(x))^2 f(x) dx$.

Solución

(a)

$$\int_2^3 f(x) dx$$

Como F es una primitiva de f , tenemos $F(x) = \int f(x) dx$

$$\int_2^3 f(x) dx = [F(x)]_2^3 = F(3) - F(2) = 2 - 1 = 1.$$

(b)

Como F es una primitiva de f , tenemos $F(x) = \int f(x) dx$

$$\int_2^3 (5f(x) - 7) dx = 5 \int_2^3 f(x) dx - 7 \int_2^3 dx = [5F(x) - 7x]_2^3 = (5F(3) - 7(3)) - (5F(2) - 7(2)) = 10 - 21 - 5 + 14 = -2.$$

Como F es una primitiva de f , tenemos $F(x) = \int f(x) dx$

$$\int_2^3 f(x) dx = [F(x)]_2^3 = F(3) - F(2) = 2 - 1 = 1.$$

(c)

$$\int_2^3 (F(x))^2 f(x) dx.$$

Como F es una primitiva de f, tenemos $F(x) = \int f(x) dx$ y además $F'(x) = f(x)$

$$\int_2^3 (F(x))^2 \cdot f(x) dx = \int_2^3 (F(x))^2 \cdot F'(x) dx = [(F(x))^3/3]_2^3 = (F(3))^3/3 - (F(2))^3/3 = 2^3/3 - 1^3/3 = 7/3.$$

Ejercicio 3 opción A, modelo Junio 2012 común

Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & k & 1 \end{pmatrix}$

(a) [1 punto] ¿ Para qué valores del parámetro k no existe la matriz inversa de la matriz A? Justifica la respuesta.

(b) [1'5 puntos] Para $k = 0$, resuelve la ecuación matricial $(X + I) \cdot A = A^t$, donde I de nota la matriz identidad y A^t la matriz traspuesta de A.

Solución

(a)

¿ Para qué valores del parámetro k no existe la matriz inversa de la matriz A? Justifica la respuesta.

La matriz A no tiene inversa si su determinante ($|A|$) es igual a cero.

Calculamos el determinante desarrollando por el adjunto de la primera fila.

$$|A| = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & k & 1 \end{vmatrix} = 1 \cdot (2k - 1).$$

De $|A| = 0$ tenemos si $2k - 1 = 0$, es decir $k = 1/2$.

La matriz **A no tiene inversa si $k = 1/2$** .

(b)

Para $k = 0$, resuelve la ecuación matricial $(X + I) \cdot A = A^t$, donde I de nota la matriz identidad y A^t la matriz traspuesta de A.

Como para $k = 0$, la matriz A tiene inversa, podemos multiplicar por la derecha por la inversa de la matriz A, la expresión $(X + I) \cdot A = A^t$.

$$(X + I) \cdot A \cdot A^{-1} = A^t \cdot A^{-1} \rightarrow (X + I) \cdot I = A^t \cdot A^{-1} \rightarrow X + I = A^t \cdot A^{-1}, \text{ de donde } \mathbf{X = A^t \cdot A^{-1} - I}$$

Calculamos ya $A^{-1} = (1 / |A|) \cdot \text{Adj}(A)^t$.

Como $|A| = 1 \cdot (2k - 1)$, para $k = 0$, tenemos $|A| = 1 \cdot (-1) = -1$.

$$\text{Como } A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & k & 1 \end{pmatrix}, \text{ para } k = 0, \text{ tenemos } A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, A^t = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\text{Adj}(A)^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; A^{-1} = (1/-1) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \text{ luego la matriz pedida es:}$$

$$\mathbf{X = A^t \cdot A^{-1} - I} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -4 \\ 0 & 0 & -2 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 4 opción A, modelo Junio 2012 común

De un paralelogramo ABCD conocemos tres vértices consecutivos

A(2,-1,0), B(-2,1,0) y C(0,1,2).

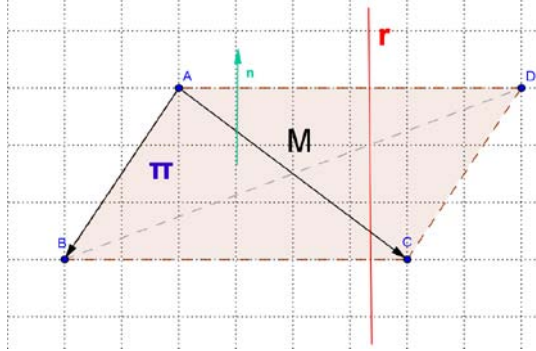
(a) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta que pasa por el centro del paralelogramo y es perpendicular al plano que lo contiene.

(b) [0'75 puntos] Halla el área de dicho paralelogramo.

(c) [0'75 puntos] Calcula el vértice D.

Solución

Vamos a realizar un pequeño dibujo que nos servirá para los tres apartados.



(a)

Calcula la ecuación de la recta que pasa por el centro del paralelogramo y es perpendicular al plano que lo contiene.

A(2,-1,0), B(-2,1,0) y C(0,1,2).

Sabemos que el centro del paralelogramo es el punto M donde se cortan las diagonales del paralelogramo, el cual coincide con el punto medio de una de ellas, por ejemplo la AC.

$$M\left(\frac{2+0}{2}, \frac{-1+1}{2}, \frac{0+2}{2}\right) = M(1,0,1)$$

Un vector director de la recta "r" es uno perpendicular al plano, luego nos puede servir el producto vectorial (\times) de los vectores \mathbf{AB} y \mathbf{AC} .

$$\mathbf{u} = \mathbf{n} = \mathbf{AB} \times \mathbf{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -4 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \vec{i}(4) - \vec{j}(-8) + \vec{k}(-4) = (4, 8, -4)$$

$$\mathbf{AB} = (-4, 2, 0); \mathbf{AC} = (-2, 2, 2).$$

La ecuación de "r" en forma continua es:

$$r \equiv \frac{(x-1)}{4} = \frac{(y-0)}{8} = \frac{(z-1)}{(-4)}$$

(b)

Halla el área de dicho paralelogramo.

Sabemos que el área del paralelogramo es el módulo del producto vectorial de dos vectores con origen común, por ejemplo $\|\mathbf{AB} \times \mathbf{AD}\|$, sin embargo por ser un paralelogramo observamos que su área es el doble del triángulo ABC, que es la mitad del área del paralelogramo que determinan los vectores \mathbf{AB} y \mathbf{AC} , es decir:

Área paralelogramo = $2 \cdot (1/2 \cdot \|\mathbf{AB} \times \mathbf{AC}\|) = \sqrt{(4^2 + 8^2 + 4^2)} = \sqrt{(96)}$ u.a. , puesto que el vector $\mathbf{AB} \times \mathbf{AC}$ ya lo teníamos del apartado (a).

(c)

Calcula el vértice D.

Para obtener D podemos utilizar que los vectores **BA** y **CD** son iguales, luego sus coordenadas también lo son.

$$A(2,-1,0), B(-2,1,0) \text{ y } C(0,1,2).$$

$$\mathbf{BA} = -\mathbf{AB} = -(-4,2,0) = (4,-2,0).$$

$$\mathbf{CD} = (x-0,y-1,z-2). \text{ Igualando tenemos:}$$

$$x-0 = 4, \text{ de donde } x = 4$$

$$y-1 = -2, \text{ de donde } y = -1$$

$$z-2 = 0, \text{ de donde } z = 2. \text{ El punto pedido es } \mathbf{D(4,-1,2)}.$$

Opción B

Ejercicio 1 opción B, modelo Junio 2012 común

[2'5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cdot \text{sen}(x) - x \cdot e^x}{x^2}$ es finito, calcula el valor de a y el de dicho límite.

Solución

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cdot \text{sen}(x) - x \cdot e^x}{x^2} = \frac{0}{0}$, Le aplicamos la regla de L'Hôpital (L'H. Si f(x) y g(x) son continuas en

$[a - r, a + r]$, derivables en $(a - r, a + r)$, con $f(a) = g(a) = 0$, entonces si existe $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$, se

verifica que $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$. La regla se puede reiterar y también es cierta cuando

salga ∞/∞ , y cuando $x \rightarrow \infty$)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cdot \text{sen}(x) - x \cdot e^x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \cdot \cos(x) - (e^x + x \cdot e^x)}{2x} = \frac{a - 1}{0}$$

Como dicen que existe el límite tendríamos que tener 0/0, para poder seguir aplicándole L'H, de donde $a - 1 = 0$, **por tanto a = 1**, y tenemos:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - (e^x + x \cdot e^x)}{2x} = \left(\frac{0}{0}; \text{L'H} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\text{sen}(x) - (e^x + e^x + x \cdot e^x)}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Ejercicio 2 opción B, modelo Junio 2012 común

Sea la función f definida por $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$ para $x \neq -1$ y $x \neq 1$.

(a) [1'25 puntos] Halla una primitiva de f.

(b) Calcula el valor de k para que el área del recinto limitado por el eje de abscisas y la gráfica de f en el intervalo $[2,k]$ sea $\ln(2)$, donde \ln denota el logaritmo neperiano.

Solución

(a)

Halla una primitiva de f.

$$\text{Una primitiva es } F(x) = \int \frac{2}{x^2-1} dx$$

Descomponemos $\frac{2}{x^2-1}$ en suma de fracciones simples:

$$\frac{2}{x^2-1} = \frac{2}{(x-1)(x+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} = \frac{A(x+1)+B(x-1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$\text{Igualando numeradores tenemos: } 2 = A(x+1) + B(x-1)$$

$$\text{Para } x = -1 \rightarrow 2 = B(-2) \rightarrow B = -1.$$

$$\text{Para } x = 1 \rightarrow 2 = A(2) \rightarrow A = 1.$$

$$F(x) = \int \frac{2}{x^2-1} dx = \int \frac{2}{(x-1)(x+1)} dx = \int \frac{A}{x-1} dx + \int \frac{B}{x+1} dx = \int \frac{1}{x-1} dx + \int \frac{-1}{x+1} dx =$$

$$= \ln|x-1| - \ln|x+1| + K.$$

(b)

Calcula el valor de k para que el área del recinto limitado por el eje de abscisas y la gráfica de f en el intervalo $[2, k]$ sea $\ln(2)$, donde \ln denota el logaritmo neperiano.

Observamos que en el intervalo $[2, k]$, $f(x) > 0$ porque $f(2) = 2/3 > 0$, y el resto de los valores del intervalo son mayores de k .

$$\text{Área} = \ln(2) = \int_2^k \frac{2dx}{x^2-1} = [\ln|x-1| - \ln|x+1|]_2^k = (\ln(k-1) - \ln(k+1)) - (\ln(1) - \ln(3)) =$$

$$= \ln\left(\frac{k-1}{k+1}\right) + \ln(3). \text{ Igualando tenemos } \ln\left(\frac{k-1}{k+1}\right) = \ln(2) - \ln(3) = \ln\left(\frac{2}{3}\right). \text{ De esta igualdad}$$

logarítmica tenemos $\left(\frac{k-1}{k+1}\right) = \left(\frac{2}{3}\right)$, multiplicando en cruz:

$$3k-3 = 2k+2, \text{ de donde } k = 5.$$

Ejercicio 3 opción B, modelo Junio 2012 común

Considera el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} x + y + z &= \lambda + 1 \\ 3y + 2z &= 2\lambda + 3 \\ 3x + (\lambda - 1)z &= \lambda \end{aligned}$$

(a) [1 punto] Resuelve el sistema para $\lambda = 1$.

(b) [1 punto] Halla los valores de λ para los que el sistema tiene una única solución.

(c) [0'5 puntos] ¿Existe algún valor de λ para que el sistema admita la solución $(-1/2, 0, 1/2)$?

Solución

Resolvemos primero el apartado (b)

(b)

Halla los valores de λ para los que el sistema tiene una única solución.

La matriz de los coeficientes del sistema es $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 3 & \lambda-1 & 1 \end{pmatrix}$ y la matriz ampliada

$$A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \lambda+1 \\ 0 & 3 & 2 & 2\lambda+3 \\ 3 & \lambda-1 & 1 & \lambda \end{pmatrix}.$$

Si $\det(A) = |A| \neq 0$, $\text{rango}(A) = \text{rango}(A^*) = 3 = n^\circ$ de incógnitas. El sistema es compatible y determinado y tiene solución única.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 3 & \lambda-1 & 1 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{Adjuntos} \\ \text{primera} \\ \text{columna} \end{array} = (1)(3-2\lambda+2) - 0 + (3)(2-3) = (-2\lambda+5) - 3 = -2\lambda+2 \neq 0,$$

luego el sistema tiene solución única si $\lambda \neq 1$.

(a)

Resuelve el sistema para $\lambda = 1$.

Hemos visto en el apartado anterior que si $\lambda = 1$, $|A| = 0$ luego $\text{rango}(A) < 3$

$$\text{Si } \lambda = 1, A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 & 5 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{En } A \text{ como } \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} = 3 \neq 0, \text{ tenemos } \text{rango}(A) = 2$$

$$\text{En } A^* \text{ como } \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 5 \\ 3 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{Adjuntos} \\ \text{tercera} \\ \text{fila} \end{array} = (3)(5-6) - 0 + (1)(3) = -3 + 3 = 0, \text{ tenemos } \text{rango}(A^*) = 2$$

Como $\text{rango}(A) = \text{rango}(A^*) = 2 < n^{\circ}$ incógnitas, por el teorema de Rouché el sistema es compatible e indeterminado, y tiene infinitas soluciones.

Como el rango es 2, sólo necesitamos 2 ecuaciones. (Tomo las del menor distinto de cero de la matriz A, es decir la 1ª y la 2ª.

$$x + y + z = 2$$

$$3y + 2z = 5. \text{ Tomo } \mathbf{z} = \mathbf{a} \in \mathbb{R}$$

$$x + y = 2 - a$$

$$3y = 5 - 2a, \text{ de donde } \mathbf{y} = \mathbf{5/3} - \mathbf{2a/3}. \text{ Entrando en la otra ecuación}$$

$$x + (5/3 - 2a/3) = 2 - a, \text{ de donde } \mathbf{x} = \mathbf{2} - \mathbf{5/3} + \mathbf{a(2/3 - 1)} = \mathbf{1/3 - a/3}$$

$$\mathbf{Solución (x,y,z) = (1/3 - a/3, 5/3 - 2a/3, a)} \text{ con } a \in \mathbb{R}.$$

(c)

¿Existe algún valor de λ para que el sistema admita la solución $(-1/2, 0, 1/2)$?

Me piden ver si es cierto el sistema

$$-1/2 + 0 + 1/2 = \lambda + 1, \text{ de donde } \lambda = -1$$

$$0 + 2(1/2) = 2\lambda + 3, \text{ de donde } \lambda = -1$$

$$3(-1/2) + 0 + 1/2 = \lambda, \text{ de donde } \lambda = -1$$

Por tanto para $\lambda = -1$, el sistema admite la solución $(-1/2, 0, 1/2)$.

Ejercicio 4 opción B, modelo Junio 2012 común

$$\text{Sean las rectas "r" y "s" dadas por: } r \equiv \begin{cases} x + y - z = 6 \\ x + z = 3 \end{cases}, \quad s \equiv (x-1)/(-1) = (y+1)/6 = z/2$$

(a) [1'25 puntos] Determina el punto de intersección de ambas rectas.

(b) [1'25 puntos] Calcula la ecuación general del plano que las contiene.

Solución

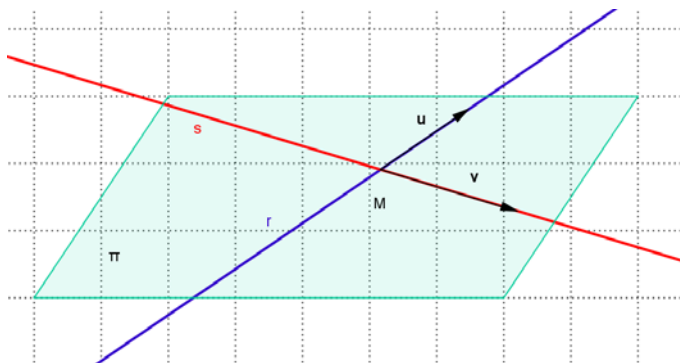
Antes de resolver el problema, haremos un pequeño dibujo y pondremos ambas rectas en la ecuación paramétrica con un parámetro distinto cada una.

De la recta "s" tenemos el punto B(1,-1,0) y el vector director $\mathbf{v} = (-1, 6, 2)$.

$$s \equiv \begin{cases} x = 1 - \mu \\ y = -1 + 6\mu \\ z = 0 + 2\mu \end{cases}, \text{ con } \mu \in \mathbb{R}$$

Para poner "r" en paramétricas tomamos $z = \lambda \in \mathbb{R}$, con lo cual $x = 3 - \lambda$, y entrando en la otra ecuación tenemos $(3 - \lambda) + y - \lambda = 6$, de donde $y = 3 + 2\lambda$.

$$r \equiv \begin{cases} x = 3 - \lambda \\ y = 3 + 2\lambda \\ z = 0 + \lambda \end{cases}, \text{ con } \lambda \in \mathbb{R}. \text{ Un punto es } A(3,3,0) \text{ y un vector director es } \mathbf{u} = (-1, 2, 1).$$



(a)

Determina el punto de intersección de ambas rectas.

Para determinar el punto de corte M, igualamos miembro a miembro las rectas y resolvemos el sistema en λ y μ .

$$x = x \rightarrow 3 - \lambda = 1 - \mu$$

$$y = y \rightarrow 3 + 2\lambda = -1 + 6\mu$$

$$z = z \rightarrow \lambda = 2\mu$$

Con la 2ª y 3ª tenemos $3 + 4\mu = -1 + 6\mu \rightarrow 4 = 2\mu \rightarrow \mu = 2$ y $\lambda = 4$.

Comprobamos que verifica la 1ª ecuación $3 - \lambda = 1 - \mu \rightarrow 3 - 4 = 1 - 2$, lo cual es cierto, por tanto el punto de corte de las rectas es $M(3 - (4), 3 + 2(4), (4)) = M(-1, 11, 4)$

(b)

Calcula la ecuación general del plano que las contiene.

Para un plano " π " necesitamos un punto, el M, y dos vectores independientes, el \mathbf{u} y el \mathbf{v} .

El plano π tiene de ecuación $0 = \det(\mathbf{MX}, \mathbf{u}, \mathbf{v})$

$M(-1, 11, 4)$, $\mathbf{u} = (-1, 2, 1)$, $\mathbf{v} = (-1, 6, 2)$.

$$0 = \det(\mathbf{MX}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) = \begin{vmatrix} x+1 & y-11 & z-4 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 6 & 2 \end{vmatrix} \begin{array}{l} \text{Adjuntos} \\ \text{primera} \\ \text{fila} \end{array} = (x+1)(-2) - (y-11)(-1) + (z-4)(-4) =$$

$$= -2x + y - 4z + 3 = 0$$

El plano pedido es $\pi \equiv -2x + y - 4z + 3 = 0$