

PRUEBA ACCESO A CICLOS FORMATIVOS DE GRADO SUPERIOR

Junio 2017
PARTE COMÚN: MATEMÁTICAS

| DATOS DEL ASPIRANTE | | CALIFICACIÓN PRUEBA |
|---------------------|----------------------|---------------------|
| Apellidos: | | Nombre: |
| DNI o Pasaporte: | Fecha de nacimiento: | / / |

Instrucciones:

- **Lee atentamente las preguntas antes de contestar.**
- **La puntuación máxima de cada pregunta está indicada en cada enunciado.**
- **Revisa cuidadosamente la prueba antes de entregarla.**

1. Un alumno para encontrar la solución de un problema plantea el siguiente sistema:

$$\begin{cases} 2a + b - c = 3 \\ a - b + c = -1 \\ a + 2b - 2c = 0 \end{cases}$$

(2 puntos; 1,5 el apartado A y 0,5 puntos el apartado B)

A. Demuestra mediante el Teorema de Rouché que el planteamiento no puede ser correcto pues no tiene solución.

Primero tomamos la matriz de los coeficientes A, y calculamos su rango.

$$|2| \neq 0$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -2 - 1 = -3 \neq 0$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & -2 \end{vmatrix} = 4 - 2 + 1 - 1 - 4 + 2 = 0$$

El rango de la matriz de los coeficientes es 2.

Comprobamos el rango de la matriz ampliada tomando el siguiente menor:

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 6 - 1 + 3 + 4 - 0 = 12$$

Luego el rango de la matriz ampliada es 3, por lo que según el Teorema de Rouché el sistema es incompatible.

B. Si eliminamos la última ecuación y prescindimos de la variable c, obtenemos un nuevo sistema de ecuaciones. Calcula su solución.

Resolvemos el sistema resultante:

$$\begin{cases} 2a + b = 3 \\ a - b = -1 \end{cases} \rightarrow 3a = 2 \rightarrow a = \frac{2}{3} \rightarrow b = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

2. El prospecto de un fármaco dice que puede causar efectos secundarios en 3 de cada 100 pacientes. Para contrastar esta afirmación, las autoridades sanitarias eligen al azar a 20 pacientes a los que suministran el fármaco. (2 puntos; 1 punto cada apartado).



- A.** Averigua la probabilidad de que ningún paciente tenga efectos secundarios.

Llamamos X a la variable aleatoria discreta que expresa el número de pacientes con efectos secundarios, y se distribuye según una binomial de parámetros $n=20$ y $p=0,03$.

La probabilidad de que ningún paciente tenga efectos secundarios

$$P(X = 0) = \binom{20}{0} \cdot 0,97^{20} = 0,5438$$

- B.** Calcula la probabilidad de que tengan efectos secundarios menos de 3 pacientes.

La probabilidad de que tengan efectos secundarios menos de 3 pacientes:

$$P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = \binom{20}{0} \cdot 0,97^{20} + \binom{20}{1} \cdot 0,97^{19} \cdot 0,03^1 + \binom{20}{2} \cdot 0,97^{18} \cdot 0,03^2 = 0,975$$

- 3.** Se ha determinado que entre las horas de sueño de los habitantes de una población y el número de hermanos que tienen, no existe relación. Si consideramos la distribución bidimensional que relaciona ambas variables: (2 puntos; 0,5 puntos cada apartado).

- A.** Indica razonadamente cuál sería el coeficiente de correlación lineal de Pearson.

Cuando en una distribución bidimensional, las distribuciones marginales no guardan relación el coeficiente de correlación de Pearson vale 0 ($r=0$).

- B.** A partir del resultado anterior, averigua cuánto vale la covarianza de la distribución.

Como el coeficiente de correlación de Pearson se define como el cociente entre la covarianza y el producto de las desviaciones típicas marginales:

$$r = \frac{S_{XY}}{S_X S_Y} \rightarrow 0 = \frac{S_{XY}}{S_X S_Y} \rightarrow S_{XY} = 0$$

Luego la covarianza también vale 0.

- C.** Si la media de las horas de sueño es de 7,2 y la del número de hermanos 2,3. Calcula las rectas de regresión.

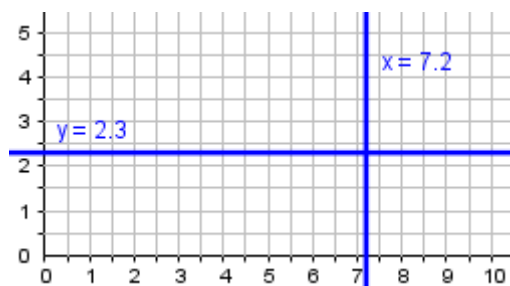
Las rectas de regresión serían:

$$y=2,3$$

$$x=7,2$$

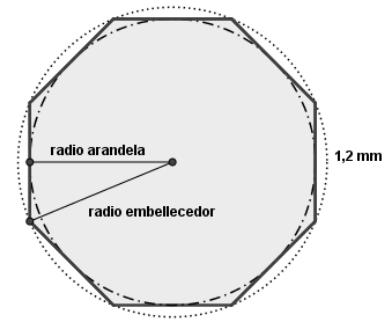
- D.** Representa dichas rectas e indica qué posición tienen en el plano.

Ambas rectas son perpendiculares:

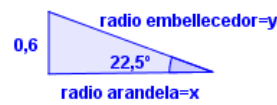
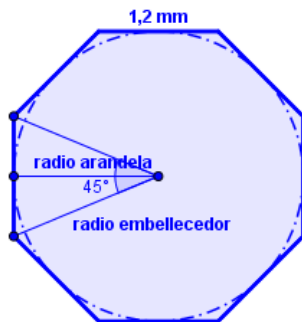


4. Un mueble contiene tornillos con cabeza octogonal de lado 1,2 mm. Además de los tornillos, necesitamos una arandela, y un embellecedor de forma circular que tape el tornillo de manera que ambas piezas sean lo más pequeñas posible. (2 puntos, 1 por apartado)

Ayuda: Para resolver este problema debemos recordar que el ángulo central de un polígono regular se obtiene dividiendo 360° entre el número de lados del polígono.



- A. Calcula el radio de la arandela (coincide con la apotema del octógono).



$$\text{tag}(22,5) = \frac{0,6}{x} \rightarrow x = \frac{0,6}{0,41} = 1,46 \text{ mm}$$

$$\text{sen}(22,5) = \frac{0,6}{y} \rightarrow y = \frac{0,6}{0,38} = 1,58 \text{ mm}$$

El radio de la arandela es de 1,46 mm.

- B. Averigua el radio del embellecedor.
El radio del embellecedor es de 1,58 mm.

5. Observa la siguiente tabla que relaciona dos variables:

| | | | | | |
|------|---|---|---|----|----|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| f(x) | 0 | 1 | 8 | 27 | 64 |

(2 puntos; 0,5 puntos cada apartado)

- A. Halla la expresión analítica que relaciona las dos variables.
Las imágenes de x se van obteniendo al elevar a 3. Luego la expresión es $f(x)=x^3$
- B. A partir de la expresión anterior, completa la siguiente tabla de valores:

| | | | |
|------|----|----|-----|
| x | -1 | -2 | -3 |
| f(x) | -1 | -8 | -27 |

- C. Indica de qué tipo de función se trata y si presenta alguna simetría.
Es una función polinómica de grado 3 con simetría impar ya que se cumple que $f(-x)=-f(x)$
- D. Representa gráficamente la función.

