



EJERCICIOS SOBRE: PRIMITIVAS

I.E.S. Torre Almirante
Dpto. Matemáticas

- 1) [SELECTIVIDAD] Haciendo el cambio de variable $t=e^x$, calcula $\int \frac{e^x}{e^{2x}+3e^x+2} dx$.
- 2) [SELECTIVIDAD] Calcula la integral $\int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^3 x} dx$, haciendo el cambio $t=\cos x$; a continuación, realiza la misma integral con el cambio $\operatorname{tg} x=t$. ¿Se obtiene la misma primitiva?
- 3) [SELECTIVIDAD] Calcula $\int x \cdot \ln x dx$. Calcula una primitiva de $f(x) = x \cdot \ln x$ que pase por el punto (1,0).
- 4) [SELECTIVIDAD] De una función f se sabe que $f'(x) = x^2+2x+2$, y que su gráfica tiene tangente horizontal en el punto (1,2). Halla la expresión de f .
- 5) [SELECTIVIDAD] Sea $f(x) = \ln(1-x^2)$. Calcula una primitiva de f que pase por el punto (0,1)
- 6) Calcula la integral indefinida de las siguientes funciones, aplicando el método más apropiado:

a) $f(x) = x \cdot \operatorname{arctg} x$ b) $f(x) = \frac{3x}{\sqrt{1+7x^3}}$ c) $f(x) = \cos x \cdot e^{2x}$ d) $f(x) = \frac{2x^2-7x-6}{x^3-x^2-2x}$

e) $f(x) = \frac{-2x^3+11x^2-12x+4}{x^4-4x^3+4x^2}$ f) $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x-1}}$ con el cambio $t = \sqrt{x-1}$

g) $f(x) = \frac{3^x+27^x}{1+9^x}$ h) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$ i) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$ con el cambio $x = 2\operatorname{sent}$

j) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x^3}}$ k) $f(x) = \frac{\operatorname{sen} x \cdot \cos x}{1-\cos x}$ l) $f(x) = \frac{5}{\sqrt{25-x^2}}$

m) $f(x) = \frac{1}{e^x+1}$ n) $f(x) = \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$ ñ) $f(x) = \frac{1}{x \cdot \ln^2 x}$ o) $f(x) = \cos \sqrt{x}$

- 1) Con el cambio de variable $t^2=x-1$, realiza $\int \frac{1}{x\sqrt{x-1}} dx$
- 2) Calcula la integral de las siguientes funciones trigonométricas, utilizando cambios de variable o equivalencias:

a) $\frac{\operatorname{sen} 2x}{1+\operatorname{sen}^2 x}$ b) $\frac{\cos x}{1+\operatorname{sen}^2 x}$ c) $\operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^5 x$ d) $\cos^3 x$

- 3) Calcula, mediante el método de integración por partes:

a) $\int \operatorname{arctg} x dx$ b) $\int x \cdot \cos x dx$



EJERCICIOS SOBRE: PRIMITIVAS

I.E.S. Torre Almirante
Dpto. Matemáticas

4) (EJERCICIO RESUELTO) Calcula: $\int \frac{1}{2x^2 + x + 1} dx$

SOL: Vamos a buscar una arcotangente

$$\int \frac{1}{2x^2 + x + 1} dx = \int \frac{8}{16x^2 + 8x + 8} dx = \int \frac{8}{(4x+1)^2 + 7} dx = 2 \int \frac{4}{(4x+1)^2 + 7} dx =$$

$$= \frac{2}{7} \int \frac{4}{\left(\frac{4x+1}{\sqrt{7}}\right)^2 + 1} dx = \frac{2}{\sqrt{7}} \int \frac{\frac{4}{\sqrt{7}}}{\left(\frac{4x+1}{\sqrt{7}}\right)^2 + 1} dx = \frac{2}{\sqrt{7}} \operatorname{arctg} \frac{4x+1}{\sqrt{7}} + cte$$

7) Calcula :

a) $\int \frac{2x+1}{x^2 - 3x + 2} dx$ b) $\int \frac{3x+5}{x^3 - x^2 - x + 1} dx$

8)