



## EJERCICIOS SOBRE: GRÁFICAS

I.E.S. Torre Almirante  
Dpto. Matemáticas

---

### EJERCICIOS RESUELTOS

Calcula las asíntotas de las siguientes funciones; analiza posteriormente la posición de la gráfica respecto de las asíntotas:

$$1) f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$$

$x=1$  es una asíntota vertical:  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$  (hacia abajo)

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$  (hacia arriba)

No hay asíntotas horizontales.

Estudiamos las posibles oblicuas:

$$\frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} = x - 1 + \frac{1}{x - 1}$$

Cuando  $x$  tiende a algún infinito, el valor de  $\frac{1}{x-1}$  se acerca a 0, luego  $y = x-1$  es una asíntota oblicua.

Si  $x \rightarrow +\infty$ , entonces  $\frac{1}{x-1} \rightarrow 0^+$  (por encima) Si  $x \rightarrow -\infty$ , entonces  $\frac{1}{x-1} \rightarrow 0^-$  (por abajo)

$$2) f(x) = \frac{-3x + 5}{x - 2}$$

$x=2$  es una asíntota vertical  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$  (hacia arriba)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$  (por abajo)

Para estudiar las posibles asíntotas horizontales:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x + 5}{x - 2} = -3 \quad y \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x + 5}{x - 2} = -3$$

luego  $y=-3$  es asíntota horizontal por la izquierda y por la derecha.

Para ver su situación:

$$\frac{-3x + 5}{x - 2} - (-3) = \frac{-3x + 5 + 3x - 6}{x - 2} = \frac{-1}{x - 2} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x - 2} = 0^+ \text{ (por arriba)} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x - 2} = 0^- \text{ (por abajo)}$$

No hay asíntotas oblicuas.

$$3) f(x) = \frac{5}{x-3} \quad 4) f(x) = \frac{x+1}{x^2-5x+6} \quad 5) f(x) = \frac{2x-4}{x^2+x-6} \quad 6) f(x) = \frac{x^2+1}{x} \quad 7) f(x) = \frac{x^2}{x^2-2}$$

$$8) f(x) = \frac{1}{x^2} \quad 9) f(x) = \frac{x^2+x-1}{x-2} \quad 10) f(x) = \frac{1}{x^2-9} \quad 11) f(x) = \frac{x^3}{x^2-1} \quad 12) f(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$$



## EJERCICIOS SOBRE: GRÁFICAS

**I.E.S. Torre Almirante**  
**Dpto. Matemáticas**

---