EJERCICIOS SOBRE : NÚMEROS COMPLEJOS

I.E.S. Torre Almirante
Dpto. Matemáticas

1) ¿Qué condiciones deben cumplir dos números complejos para que su producto sea un número real?¿Y para que sea un imaginario puro?
2) Calcula y representa las potencias hasta 7 de 1+i
3) Halla las raíces cuartas de $-2+\sqrt{3}\;i$ y representa sus afijos.
4) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $z^2+1=0$ b) $z^2+36=0$ c) $z^2-2z+10=0$

d) $\dfrac{2i+1}{(1+i)z-(2-i)}=\dfrac{1}{3i}$ e) $z^5=1$ f) $z^3+8i=0$

g) $z+i^{-15}=\dfrac{z-i}{3i}$

5) Calcula: voy por aquí

a) $\sqrt[4]{-1}$ b) i^{77} c) i^{726} d) i^{1995} e) i^{2344}

f) $(1+i)^4$ g) $(-1+i)^{30}$ h) $(1-i)^6$

6) Escribe una ecuación de segundo grado que tenga como soluciones $\sqrt{2}_{45º}$ y $\sqrt{2}_{315º}$
7) Se sabe que 2+3i es una solución de una ecuación de segundo grado con coeficientes reales. Halla esa ecuación.

PISTA: El conjugado, en este caso, también es solución.

8) Halla el ángulo que forman los vectores de 4+i y 1+2i
9) Expresa:
   a) $-\sqrt{3}+i$ en forma polar y trigonométrica
   b) $3(\cos 300º+i sen 300º)$ en forma binómica.

10) Realiza:

a) $\dfrac{(2-2i)^3\cdot(-1-i)^2}{i^{19}}+1$ $\dfrac{(2-2i)^3\cdot(-1-i)^2}{i^{19}}+1$ b) $\sqrt[4]{-2\sqrt{3}-2i}$ $\sqrt[4]{-2\cdot\sqrt{3}-2i}$

c) $\dfrac{(-2\sqrt{3}-2i)^3}{2-2i}$ d) $(-1-i\cdot\sqrt{3})^6\cdot(\sqrt{3}-i)$

11) a) Calcula el inverso de $1+\sqrt{3i}$

    b) Calcula el inverso de un número complejo cualquiera a+bi. Comprueba el resultado en el número del apartado anterior.

12) Calcula el valor de "a" para que el afijo del número complejo $\dfrac{a-3i}{1-2i}$ esté en:

a) El eje OX

b) El eje OY
c) La bisectriz del primer cuadrante

13) Calcula dos números complejos sabiendo que su cociente es 3, sus argumentos suman 60º y sus módulos sumados dan 8.
14) Calcula el valor de "a" para que $\frac{2+ai}{1-ai}$ sea un número real.
15) Calcula el valor de "x" para que el cociente $\frac{2-xi}{2+xi}$ sea un imaginario puro.
16) Halla "x" para que $(x+3i)^2$ sea imaginario puro.
17) Calcula:

a) $\frac{i^{302}}{i^{485}-i^{274}}$ b) $i+i^2+i^3+i^4$

c) $\frac{\left(2\sqrt{3}-2i\right)^8}{\left(-4\sqrt{2}+4\sqrt{2}i\right)^6}$ d) $\frac{i^8+i^5}{2i}$

18) Expresa en forma binómica:

a) $4_{20^\circ}\cdot 3_{25^\circ}$ b) $\frac{12_{54^\circ}}{3_{24^\circ}}$