EJERCICIOS SOBRE : DERIVADAS

I.E.S. Torre Almirante
Dpto. Matemáticas

Utilizando las reglas de derivación, calcula la función derivada de:

1) $f(x)=3x^3+4x^2+5$ 2) $f(x)=\ln x+3x^2$ 3) $f(x)=\operatorname{sen}x+\cos x$

4) $f(x)=x^5+\operatorname{tg}x$ 5) $f(x)=\operatorname{sen}x-\ln x$ 6) $f(x)=3\cos x-5\operatorname{tg}x$

7) $f(x)=e^x-5x^2$ 8) $f(x)=4+5e^x$ 9) $f(x)=\operatorname{sen}x+4\cos x$

10) $f(x)=\operatorname{sen}x\cdot(x^3+4x)$ 11) $f(x)=e^x\cdot\operatorname{tg}x$ 12) $f(x)=\operatorname{tg}x\cdot(e^x-x^2)$

13) $f(x)=4x\cdot\operatorname{sen}x$ 14) $f(x)=(3x^3+5x)\cdot\cos x$ 15) $f(x)=\ln x\cdot\cos x$

16) $f(x)=\sqrt{x}\cdot(senx+5x^3)$ 17) $f(x)=5x^4\cdot(\cos x+e^x)$ 18) $f(x)=e^x\cdot\operatorname{sen}x\cdot\ln x$

19) $f(x)=\dfrac{4x^3}{sen\,x}$ 20) $f(x)=\dfrac{e^x}{tg\,x}$ 21) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{4x^5-6}$

22) $f(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}$ 23) $f(x)=\dfrac{sen\,x}{\cos x}$ 24) $f(x)=\dfrac{x^2}{e^x}$

25) $f(x)=\dfrac{5x^3+12x}{\cos x}$ 26) $f(x)=\dfrac{senx\cdot e^x}{\ln x}$ 27) $f(x)=\dfrac{tgx\cdot senx}{x^3}$

28) $f(x)=(\operatorname{sen}x+1)^3$ 29) $f(x)=\sqrt{3x+6}$ 30) $f(x)=e^{\operatorname{sen}x}$

31) $f(x)=\sqrt{e^x+3}$ 32) $f(x)=\sqrt{x-\ln x}$ 33) $f(x)=e^{3x}$

34) $f(x)=\operatorname{sen}2x$ 35) $f(x)=\operatorname{tg}\sqrt{x}$ 36) $f(x)=3^{\sqrt{x}}$

37) $f(x)=\operatorname{tg}^3x^4$ 38) $f(x)=\operatorname{sen}^3e^x$ 39) $f(x)=\operatorname{sen}\ln x^3$

Calcula la función derivada de:

1) $f(x)=\dfrac{1}{(x^5-x^2+3)^5}$ 2) $f(x)=e^{2x}-e^x-2$ 3) $f(x)=(e^{2x}+1)^3$

4) $f(x)=\ln(x^2+7)$ 5) $f(x)=\ln(3-4x^3)^5$ 6) $f(x)=\ln\sqrt[3]{3x^2+1}$

7) $f(x)=\log_2(x^2+1)$ 8) $f(x)=\ln\dfrac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ 9) $f(x)=\ln(\ln x)$

EJERCICIOS SOBRE : DERIVADAS

I.E.S. Torre Almirante
Dpto. Matemáticas

---

10) f(x)=ln(x $\cdot\sqrt{4-x^2}$) 11) f(x)=ln $\frac{1+x}{1-x}$ 12) f(x)=sen $\frac{4}{x}$

13) f(x)=tg 3^x 14) f(x)=arctg$(2x+1)^2$ 15) f(x)=sen x^{-4}

16) f(x)=arccos lnx 17) f(x)=$\sqrt{tgx}$ 18) f(x)=$\frac{\sqrt{1+2x^4}}{x}$

19) f(x)=$\frac{2^x}{2^x+1}$ 20) f(x)=(1-x)$\cdot\sqrt{x+1}$ 21) f(x)=$(x^2-1)^2\cdot 5^{2x}$

22) f(x)=$2^x\cdot$ln2 23) f(x)=ln $\frac{1+sen\,x}{1-sen\,x}$ 24) f(x)=$x^2\cdot$ln x+x$\cdot$ln x^2

25) f(x)=sen x$\cdot 3^{2x}$ 26) f(x)=$\frac{2^{3x}}{x^2}$ 27) f(x)=ln$\frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$

28) f(x)= $\frac{x^3+1}{x+2}$ 29) f(x)=$\frac{2x^2+1}{2x^2-1}$ 30) f(x)=$sen^4x^3\cdot cos^3x^4$

1) Calcula mediante la definición la función derivada de f(x)=$\sqrt{x+3}$
2) Demuestra mediante la definición que la función f(x)=x·|x-1| no es derivable en x=1
3) Estudia la derivabilidad de la función f(x)=$\begin{cases} 4x+8 & si \quad x\le -2 \\ 4-x^2 & si \quad -2\prec x\prec 2 \\ 4x-8 & si \quad x\succ 2 \end{cases}$
4) Calcula un punto de la gráfica de la función f(x)=$arctg\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ en el que la tangente es paralela a la bisectriz del primer y tercer cuadrante
5) Halla el valor de m para que la función f(x)=$\begin{cases} 3-x^2 & si \quad x\le 1 \\ \frac{2}{mx} & si \quad x\succ 1 \end{cases}$ sea derivable en 1
6) Demuestra que f(x)=|x-3|+|x| no es derivable en 0 ni en 3
7) Dada la función f(x)=x^2-2x-2, halla la ecuación de la tangente que es paralela a la recta que pasa por los puntos de abcisa 1 y 3
8) Halla los máximos y mínimos de : a) f(x)=x·lnx b) f(x)=$\frac{x}{e^x}$
9) Halla los intervalos de crecimiento de: a) f(x)=x^3-3x^2-9x+1 b) f(x)=$e^x(x^2-3x+1)$ c) f(x)=$\frac{x^3}{x^2-4}$
10) Estudia la curvatura y los puntos de inflexión de: a) f(x)=ln(x^2+1) b) f(x)=x·e^x

    c) f(x)=$(x-2)^4$ d) f(x)=x^4-6x^2 e) f(x)=$\frac{2-x}{x+1}$ f) f(x)=ln(x+1)

11) Halla los coeficientes de $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ sabiendo que la ecuación de la tangente a la gráfica en el punto de inflexión (1,0) es $y=-3x+3$ y que la función tiene un extremo relativo en 0

12) Estudia la monotonía, extremos, curvatura y puntos de inflexión de:

a) $f(x)=x^3-6x^2+9x$ b) $f(x)=x^4-2x^3$ c) $f(x)=x^4+2x^2$

MÁS EJERCICIOS

1) Calcula mediante la definición la derivada de la función $f(x)=\sqrt{x}$ en a=5
2) Calcula mediante la definición la función derivada de $f(x)=3x^2$
3) Calcula mediante la definición la función derivada de $f(x)=\frac{1}{x}$
4) Dada la función $f(x)=1-x^2$, calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función en el punto (1,0); calcula también la ecuación de la recta perpendicular a la tangente en ese punto(se le llama recta normal)
5) Sea $f(x)=-x^2+4x-3$. a) Halla las coordenadas de los puntos en los que la tangente sea horizontal. b) ¿En qué puntos de la gráfica de f es la recta tangente paralela a la recta de ecuación $y=2x$?
6) Utilizando la derivada demuestra que el vértice de una parábola de ecuación $y=ax^2+bx+c$ tiene como abcisa $\frac{-b}{2a}$
7) Halla la ecuación de la tangente a la gráfica de $f(x)=x\cdot \ln x-x+1$ en el punto de abcisa 1
8) Analiza por qué la función $f(x)=|x|$ no es derivable en 0
9) Calcula mediante la definición a derivada de f en 2, siendo $f(x)=\frac{3}{x+1}$
10) Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba. Su trayectoria viene dada por la ecuación $e(t)=6t-t^2$ siendo e el espacio en metros y t el tiempo en segundos. Halla: a) La velocidad media entre t=0 y t=3 b) La velocidad instantánea en t=2
11) Una bola maciza se desplaza por un plano inclinado. La distancia de la bola al punto de partida viene dada por $e(t)=1'2\cdot t^2$(e espacio en metros y t tiempo en segundos). a) Calcula la velocidad al cabo de 3 segundos b) Calcula la velocidad cuando lleva recorridos 2 metros
12) Desde lo alto de una azotea de 120 metros de altura se lanza un proyectil verticalmente hacia arriba. Se sabe que su altura respecto al suelo viene dada por la función $e(t)=120+50t-5t^2$. a) Calcula en cada instante la velocidad y la aceleración del proyectil b) Halla el instante de velocidad nula y calcula la altura del proyectil. c) Calcula el instante en el que el proyectil llega al suelo y su velocidad.

MÁS EJERCICIOS

11) Representa las siguientes funciones, estudiando previamente su dominio, puntos de corte con los ejes, monotonía, extremos, curvatura, puntos de inflexión, asíntotas y ramas infinitas:

a) $f(x)=\frac{1}{x^2+4}$ b) $f(x)=x^3+6x^2+9x+8$ c) $f(x)=x^4-5x^2+4$ d) $f(x)=\frac{x}{x^2-4}$

PROBLEMAS DE OPTIMIZACIÓN

En ellos se pretende encontrar los valores que hagan que una función alcance su máximo o su mínimo. Siempre tendrá que tenerse en cuenta el contexto del problema, y llegado el caso rechazar los valores que no tengan sentido en este contexto.

I.E.S. Torre Almirante
Dpto. Matemáticas

En general, estos problemas se resuelven planteando la función que se quiere optimizar, expresando los datos en función de una sola variable; a continuación se hallan los extremos igualando la primera derivada a 0, teniendo en cuenta también los puntos en los que la función no sea derivable; si el dominio es un intervalo habrá que analizar sus extremos, por si los valores óptimos se alcanzan en ellos.

1) Hallar dos números cuya suma sea 20 y cuyo producto sea el mayor posible.
2) Calcula las dimensiones de mayor rectángulo de perímetro 40 metros
3) Descomponer 25 en dos sumandos tales que el doble del cuadrado del primero más el triple del cuadrado del segundo sea mínimo.
4) Un pastor quiere vallar un campo rectangular de 3600 m^2 de superficie. Indica qué dimensiones hacen que el coste sea mínimo
5) Un número sumado con el cuadrado de otro da 48. Elígelos de manera que el producto sea máximo.
6) Un depósito de chapa abierto por arriba y de base cuadrada debe tener capacidad para 13500 litros. Calcula las dimensiones para que el coste sea mínimo.
7) Un jardinero ha de construir un parterre en forma de sector circular que tenga 20 metros de perímetro. Calcula el radio para que la superficie sea máxima
8) De una lámina de cartón cuadrada de lado 60 cm se quiere recortar en cada esquina un cuadrado de lado x de forma que al doblar lo que queda se construya una caja sin tapa. Halla x de forma que la capacidad sea máxima
9) Halla los catetos del triángulo rectángulo de hipotenusa 10 metros que tenga el área máxima.

SOLUCIONES: 1) 10 y 10 2) base 10 m y altura 10 m 3) 15 y 10 4) base 60m y altura 60m 5) 32 y 4
6) lado base 30 m y altura 15m 7) 5m 8) 10 cm 9) los dos $\sqrt{50}$ m