



EJERCICIOS SOBRE : ASÍNTOTAS

I.E.S. Torre Almirante
Dpto. Matemáticas

Calcula las asíntotas de las siguientes funciones; analiza posteriormente la posición de la gráfica respecto de las asíntotas:

1) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$

$x=1$ es una asíntota vertical: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ (hacia abajo)

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ (hacia arriba)

No hay asíntotas horizontales. Estudiamos las posibles oblicuas:

$\frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1} = x - 1 + \frac{1}{x - 1}$ Cuando x tiende a algún infinito, el valor de $\frac{1}{x - 1}$ se acerca a 0, luego $y = x - 1$ es una asíntota oblicua.

Si $x \rightarrow +\infty$, entonces $\frac{1}{x - 1} \rightarrow 0^+$ (por encima) Si $x \rightarrow -\infty$, entonces $\frac{1}{x - 1} \rightarrow 0^-$ (por abajo)

1) $f(x) = \frac{-3x + 5}{x - 2}$

$x=2$ es una asíntota vertical $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty$ (hacia arriba) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty$ (por abajo)

Para estudiar las posibles asíntotas horizontales:

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-3x + 5}{x - 2} = -3$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-3x + 5}{x - 2} = -3$, luego $y = -3$ es asíntota horizontal por la izquierda y por la derecha. Para ver su situación:

$\frac{-3x + 5}{x - 2} - (-3) = \frac{-3x + 5 + 3x - 6}{x - 2} = \frac{-1}{x - 2}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x - 2} = 0^+$ (por arriba) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x - 2} = 0^-$ (por abajo)

No hay asíntotas oblicuas.

3) $f(x) = \frac{5}{x - 3}$ 4) $f(x) = \frac{x + 1}{x^2 - 5x + 6}$ 5) $f(x) = \frac{2x - 4}{x^2 + x - 6}$ 6) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ 7) $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 2}$

8) $f(x) = \frac{1}{x^2}$ 9) $f(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 2}$ 10) $f(x) = \frac{1}{x^2 - 9}$ 11) $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$ 12) $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$