UNIDAD DIDÁCTICA 14:
INFERENCIA ESTADÍSTICA. CONTRASTE DE HIPÓTESIS

* Las numeraciones indicadas entre páginas se refieren a las páginas del libro de matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II, de segundo de bachillerato de la editorial Anaya, Andalucía, cuyos autores son J. Colera, R. García y M.J.Oliveira

Página 322

EJERCICIOS Y PROBLEMAS PROPUESTOS

PARA PRACTICAR

CONTRASTE DE HIPÓTESIS PARA LA MEDIA

1 **Realiza en cada caso el contraste de hipótesis con las condiciones que se dan a continuación (en todos los casos suponemos que la población de partida es normal):**

	H_0	σ	α	n	$\bar{x}$
a)	$\mu = 12$	$\sigma = 1,5$	$\alpha = 0,01$	10	11
b)	$\mu = 1,45$	$\sigma = 0,24$	$\alpha = 0,05$	16	1,6
c)	$\mu \le 11$	$\sigma = 4,6$	$\alpha = 0,05$	100	12
d)	$\mu \ge 15$	$\sigma = 1$	$\alpha = 0,1$	150	14,5

a) **1er paso: Hipótesis:** $\begin{cases} \text{Hipótesis nula: } H_0: \mu = 12 \\ \text{Hipótesis alternativa: } H_1: \mu \neq 12 \end{cases}$

2º paso: Zona de aceptación: $\left(\mu_0 - z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma_0}{\sqrt{n}}, \mu_0 + z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma_0}{\sqrt{n}}\right)$

Sabemos que $\mu_0 = 12$, $\sigma_0 = 1,5$; $n = 10$; $z_{\alpha/2} = 2,575$

Por tanto, la zona de aceptación es el intervalo:

$\left(12 - 2,575 \cdot \dfrac{1,5}{\sqrt{10}}, 12 + 2,575 \cdot \dfrac{1,5}{\sqrt{10}}\right)$; es decir: (10,78; 13,22)

3er paso: Verificación: $\bar{x} = 11$

4º paso: Decisión: Como $\bar{x}$ queda dentro de la zona de aceptación, aceptamos H_0.

b) **1er paso: Hipótesis:** $\begin{cases} \text{Hipótesis nula: } H_0\text{: } \mu = 1{,}45 \\ \text{Hipótesis alternativa: } H_1\text{: } \mu \neq 1{,}45 \end{cases}$

2º paso: Zona de aceptación:

$\left(\mu_0 - z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma_0}{\sqrt{n}}, \mu_0 + z_{\alpha/2} \cdot \dfrac{\sigma_0}{\sqrt{n}}\right)$. En este caso es:

$\left(1{,}45 - 1{,}96 \cdot \dfrac{0{,}24}{\sqrt{16}}, 1{,}45 + 1{,}96 \cdot \dfrac{0{,}24}{\sqrt{16}}\right)$; es decir: $(1{,}33; 1{,}57)$

3er paso: Verificación: $\bar{x} = 1{,}6$

4º paso: Decisión: Como $\bar{x}$ queda fuera de la zona de aceptación, rechazamos H_0.

c) **1er paso: Hipótesis:** $\begin{cases} \text{Hipótesis nula: } H_0\text{: } \mu \leq 11 \\ \text{Hipótesis alternativa: } H_1\text{: } \mu > 11 \end{cases}$

2º paso: Zona de aceptación:

$\left(-\infty, \mu_0 + z_{\alpha} \cdot \dfrac{\sigma_0}{\sqrt{n}}\right)$, en este caso es: $\left(-\infty; 11 + 1{,}645 \cdot \dfrac{4{,}6}{\sqrt{100}}\right)$; es decir: $(-\infty; 11{,}76)$

3er paso: Verificación: $\bar{x} = 12$

4º paso: Decisión: Como $\bar{x}$ queda fuera de la zona de aceptación, rechazamos H_0.

d) **1er paso: Hipótesis:** Hipótesis nula: H_0: $\mu \geq 15$

Hipótesis alternativa: H_1: $\mu < 15$

2º paso: Zona de aceptación:

$\left(\mu_0 - z_{\alpha} \cdot \dfrac{\sigma_0}{\sqrt{n}}, +\infty\right)$; en este caso es: $\left(15 - 1{,}28 \cdot \dfrac{1}{\sqrt{150}}, +\infty\right)$; es decir: $(14{,}895; +\infty)$

3er paso: Verificación: $\bar{x} = 14{,}5$

4º paso: Decisión: Como $\bar{x}$ queda fuera de la zona de aceptación, rechazamos H_0.

2
S

Un fabricante de lámparas eléctricas está ensayando un nuevo método de producción que se considerará aceptable si las lámparas obtenidas por este método dan lugar a una población normal de duración media 2 400 horas, con una desviación típica igual a 300.

Se toma una muestra de 100 lámparas producidas por este método y esta muestra da una duración media de 2 320 horas. ¿Se puede aceptar la hipótesis de validez del nuevo proceso de fabricación con un riesgo igual o menor al 5%?

1^er^ paso: Hipótesis: Tenemos que contrastar:

$$H_0\colon \mu = 2\,400 \quad \text{frente a} \quad H_1\colon \mu \neq 2\,400$$

2º paso: Zona de aceptación:

$$\left(\mu_0 - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}},\ \mu_0 + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}\right)$$

Conocemos los siguientes datos:

$$\mu_0 = 2\,400; \quad \sigma_0 = 300; \quad n = 100$$

$$\alpha = 0{,}05 \quad \to \quad z_{\alpha/2} = 1{,}96$$

Por tanto, la zona de aceptación será:

$$\left(2\,400 - 1{,}96 \cdot \frac{300}{\sqrt{100}};\ 2\,400 + 1{,}96 \cdot \frac{300}{\sqrt{100}}\right);$$ es decir, el intervalo:

$(2\,341{,}2;\ 2\,458{,}8)$

3^er^ paso: Verificación:

Hemos obtenido una media muestral de $\bar{x} = 2\,320$.

4º paso: Decisión:

Como $\bar{x} = 2\,320$ no cae dentro de la zona de aceptación, rechazamos H_0, es decir, no podemos aceptar la validez del nuevo proceso de fabricación.

3
S

Se sabe por experiencia que el tiempo obtenido por los participantes olímpicos de la prueba de 100 metros, en la modalidad de decathlon, es una variable aleatoria que sigue una distribución normal con media 12 segundos y desviación típica 1,5 segundos. Para contrastar, con un nivel de significación del 5%, si no ha variado el tiempo medio en la última Olimpiada, se extrajo una muestra aleatoria de 10 participantes y se anotó el tiempo obtenido por cada uno, con los resultados siguientes, en segundos:

13 12 11 10 11 11 9 10 12 11

a) ¿Cuáles son la hipótesis nula y la alternativa del contraste?

b) Determina la región crítica.

c) Realiza el contraste.

a) Tenemos que contrastar la hipótesis nula:

$$H_0: \mu = 12$$

frente a la hipótesis alternativa:

$$H_1: \mu \neq 12$$

b) La zona de aceptación es el intervalo:

$$\left(\mu_0 - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}},\ \mu_0 + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}\right)$$

Como $\mu_0 = 12$; $\sigma = 1,5$; $n = 10$;

$\alpha = 0,05 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$; tenemos que la zona de aceptación es el intervalo:

$$\left(12 - 1,96 \cdot \frac{1,5}{\sqrt{10}};\ 12 + 1,96 \cdot \frac{1,5}{\sqrt{10}}\right);$$ es decir, (11,07; 12,93)

c) Calculamos la media de la muestra:

$$\bar{x} = \frac{13 + 12 + 11 + \ldots + 11}{10} = \frac{110}{10} = 11$$

Como no está dentro del intervalo de aceptación, rechazamos H_0, es decir, no podemos aceptar que la media siga siendo la misma.

4 S **Se ha comprobado que el tiempo de espera (en minutos) hasta ser atendido, en cierto servicio de urgencias, sigue un modelo normal de probabilidad. A partir de una muestra de 100 personas que fueron atendidas en dicho servicio, se ha calculado un tiempo medio de espera de 14,25 minutos y una desviación típica de 2,5 minutos.**

a) ¿Podríamos afirmar, con un nivel de significación del 5% ($\alpha = 0,05$), que el tiempo medio de espera, en ese servicio de urgencias, no es de 15 minutos?

b) ¿Qué podríamos concluir si el nivel de significación hubiese sido del 0,1% ($\alpha = 0,001$)?

c) ¿Existe contradicción en ambas situaciones?

Justifica las respuestas.

a) **1.er paso: Hipótesis:** Tenemos que contrastar:

$H_0: \mu = 15$ frente a $H_1: \mu \neq 15$

2.º paso: Zona de aceptación:

$$\left(\mu_0 - z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}},\ \mu_0 + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}\right)$$

Como $\mu_0 = 15$; $\sigma = 2,5$; $n = 100$;

$\alpha = 0,05 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$; tenemos que la zona de aceptación es:

$$\left(15 - 1,96 \cdot \frac{2,5}{\sqrt{100}};\ 15 + 1,96 \cdot \frac{2,5}{\sqrt{100}}\right);$$ es decir, el intervalo (14,51; 15,49)

3er paso: Verificación:

Hemos obtenido una media muestral de $\bar{x} = 14{,}25$.

4º paso: Decisión:

Como la media muestral está fuera de la zona de aceptación, rechazamos H_0, es decir, no podemos aceptar que el tiempo medio sea de 15 minutos.

b) Si $\alpha = 0{,}001$, entonces $z_{\alpha/2} = 3{,}27$, y la zona de aceptación sería:

$$\left(15 - 3{,}27 \cdot \frac{2{,}5}{\sqrt{100}};\ 15 + 3{,}27 \cdot \frac{2{,}5}{\sqrt{100}}\right); \text{ es decir, el intervalo } (14{,}18;\ 15{,}82)$$

Por tanto, como $\bar{x} = 14{,}25$ sí está en el intervalo de aceptación, no podríamos rechazar H_0, es decir, aceptaríamos que el tiempo medio es de 15 minutos.

c) No existe contradicción. En el apartado b) el riesgo que estamos asumiendo es muy pequeño, mucho menor que en el caso a), por tanto, el intervalo es más amplio.

5 S **La duración de las bombillas de 100 vatios que fabrica una empresa sigue una distribución normal con una desviación típica de 120 horas. Su vida media está garantizada durante un mínimo de 800 horas.**

Se escoge al azar una muestra de 50 bombillas de un lote y, después de comprobarlas, se obtiene una vida media de 750 horas. Con un nivel de significación de 0,01, ¿habría que rechazar el lote por no cumplir la garantía?

1er paso: Hipótesis: Queremos contrastar:

H_0: $\mu \geq 800$ frente a H_1: $\mu < 800$

2º paso: Zona de aceptación:

$$\left(\mu_0 - z_\alpha \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}};\ +\infty\right)$$

Para $\alpha = 0{,}01 \ \rightarrow\ z_\alpha = 2{,}33$. Como $\mu_0 = 800$; $\sigma_0 = 120$ y $n = 50$, la zona de aceptación será:

$$\left(800 - 2{,}33 \cdot \frac{120}{\sqrt{50}};\ +\infty\right); \text{ es decir, el intervalo } (760{,}46;\ +\infty)$$

3er paso: Verificación:

Hemos obtenido una media muestral de $\bar{x} = 750$ horas.

4º paso: Decisión:

Como la media muestral no está dentro de la zona de aceptación, rechazamos H_0, es decir, habría que rechazar el lote por no cumplir la garantía.

6 **Una empresa asegura que unas determinadas pastillas de jabón duran más de 11 días. Para comprobarlo, se realiza una encuesta en 100 casos. Estas son las respuestas:**

DURACIÓN (días)	5 a 9	10 a 14	15 a 19	20 a 24
RESPUESTAS	24	46	19	11

¿Se puede dar como válida la afirmación de la empresa, para un nivel de significación de $\alpha = 0{,}05$?

Calculamos la media muestral y la desviación típica:

DURACIÓN (días)	5 a 9	10 a 14	15 a 19	20 a 24
x_i	7	12	17	22
f_i	24	46	19	11

$$\bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{n} = \frac{1\,285}{100} = 12{,}85 \text{ días}; \quad s = 4{,}59$$

1^er^ paso: Hipótesis: Queremos contrastar: $H_0: \mu \leq 11$ frente a $H_1: \mu > 11$

2º paso: Zona de aceptación: $\left(-\infty;\ \mu_0 - z_\alpha \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}\right)$

Para $\alpha = 0{,}05 \rightarrow z_\alpha = 1{,}645$. Como $\mu_0 = 11$; $\sigma_0 = 4{,}59$ y $n = 100$, la zona de aceptación es:

$$\left(-\infty;\ 11 + 1{,}645 \cdot \frac{4{,}59}{\sqrt{100}}\right); \text{ es decir, el intervalo } (-\infty;\ 11{,}76)$$

3^er^ paso: Verificación: La media muestral obtenida es $\bar{x} = 12{,}85$ días.

4º paso: Decisión:

Como $\bar{x} = 12{,}85$ está fuera de la zona de aceptación, rechazamos H_0, es decir, aceptamos que las pastillas de jabón duran más de 11 días.

7 S **Una encuesta, realizada a 64 empleados de una fábrica, concluyó que el tiempo medio de duración de un empleo en la misma era de 6,5 años, con una desviación típica de 4.**

¿Sirve esta información para aceptar, con un nivel de significación del 5%, que el tiempo medio de empleo en esa fábrica es menor o igual que 6? Justifica adecuadamente la respuesta.

1^er^ paso: Hipótesis: Tenemos que contrastar:

$H_0: \mu \leq 6$ frente a $H_1: \mu > 6$

2º paso: Zona de aceptación:

$$\left(-\infty;\ \mu_0 - z_\alpha \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}\right)$$

Para un nivel de significación del 5%, tenemos que $z_\alpha = 1{,}645$. Por tanto, el intervalo es:

$$\left(-\infty;\ 6 + 1{,}645 \cdot \frac{4}{\sqrt{64}}\right); \text{ es decir, } (-\infty;\ 6{,}8225)$$

3er paso: Verificación: La media muestral obtenida es $\bar{x} = 6{,}5$ años.

4º paso: Decisión:

Como la media muestral pertenece al intervalo de aceptación, no podemos rechazar H_0, es decir, aceptamos que el tiempo medio es menor o igual que 6 años.

8 S **La Concejalía de Juventud de un Ayuntamiento maneja el dato de que la edad a la que los hijos se independizan de sus padres es una variable normal con media 29 años y desviación típica 3 años. Aunque la desviación típica no plantea dudas, sí se sospecha que la media ha descendido, sobre todo por la política de ayuda al empleo que ha llevado a cabo el Ayuntamiento. Así, de un estudio reciente sobre 100 jóvenes que se acaban de independizar, se ha obtenido una media de 28,1 años de edad.**

a) Con un nivel de significación del 1%, ¿puede defenderse que la edad media no ha disminuido, frente a que sí lo ha hecho como parecen indicar los datos? Plantea el contraste o test de hipótesis y resuélvelo.

b) Explica, en el contexto del problema, en qué consisten cada uno de los errores del tipo I y II.

a) **1er paso: Hipótesis:** Tenemos que contrastar: $H_0: \mu \geq 29$ frente a $H_1: \mu < 29$

2º paso: Zona de aceptación:

$$\left(\mu_0 - z_\alpha \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n}}, +\infty\right)$$

Para un nivel de significación de $\alpha = 0{,}01$, tenemos que $z_\alpha = 2{,}33$. Así, el intervalo es:

$$\left(29 - 2{,}33 \cdot \frac{3}{\sqrt{100}}; \ +\infty\right); \text{ es decir, } (28{,}301; +\infty)$$

3er paso: Verificación: La media muestral obtenida es $\bar{x} = 28{,}1$ años.

4º paso: Decisión:

Como la media muestral está fuera del intervalo de aceptación, rechazamos H_0, es decir, aceptamos que la media de edad ha disminuido.

b) • El error de tipo I consiste en rechazar H_0 siendo verdadera. En el contexto de este problema sería aceptar que la media ha disminuido, siendo falso.

• El error de tipo II consiste en aceptar H_0 siendo falsa. En este problema sería aceptar que la media no ha disminuido, siendo falso.

CONTRASTE DE HIPÓTESIS PARA LA PROPORCIÓN

9 **Realiza en cada caso el test de hipótesis con las condiciones que se indican:**

	H_0	α	n	pr
a)	$p = 0{,}5$	0,01	1 000	0,508
b)	$p \leq 0{,}6$	0,05	600	0,61
c)	$p \geq 0{,}3$	0,1	200	0,25

a) **1^er^ paso: Hipótesis:** $\begin{cases} \text{Hipótesis nula: } H_0: p = 0{,}5 \\ \text{Hipótesis alternativa: } H_1: p \neq 0{,}5 \end{cases}$

2º paso: Zona de aceptación:

$$\left(p_0 - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}};\ p_0 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}\right).$$ En este caso es:

$$\left(0{,}5 - 2{,}575 \cdot \sqrt{\frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{1000}};\ 0{,}5 + 2{,}575 \cdot \sqrt{\frac{0{,}5 \cdot 0{,}5}{1000}}\right);$$ es decir: $(0{,}459;\ 0{,}541)$

3^er^ paso: Verificación: $pr = 0{,}508$

4º paso: Decisión: Como pr está dentro de la zona de aceptación, aceptamos H_0.

b) **1^er^ paso: Hipótesis:** $\begin{cases} \text{Hipótesis nula: } H_0: p \leq 0{,}6 \\ \text{Hipótesis alternativa: } H_1: p > 0{,}6 \end{cases}$

2º paso: Zona de aceptación:

$$\left(-\infty;\ p_0 + z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}\right).$$ En este caso es: $$\left(-\infty;\ 0{,}6 + 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}6 \cdot 0{,}4}{600}}\right)$$

Es decir: $(-\infty;\ 0{,}6329)$

3^er^ paso: Verificación: $pr = 0{,}61$

4º paso: Decisión: Como pr está dentro de la zona de aceptación, aceptamos H_0.

c) **1^er^ paso: Hipótesis:** $\begin{cases} \text{Hipótesis nula: } H_0: p \geq 0{,}3 \\ \text{Hipótesis alternativa: } H_1: p < 0{,}3 \end{cases}$

2º paso: Zona de aceptación:

$$\left(p_0 - z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}},\ +\infty\right).$$ En este caso queda: $$\left(0{,}3 - 1{,}28 \cdot \sqrt{\frac{0{,}3 \cdot 0{,}7}{200}},\ +\infty\right)$$

es decir: $(0{,}259;\ +\infty)$

3^er^ paso: Verificación: $pr = 0{,}25$.

4º paso: Decisión: Como pr está fuera del intervalo de aceptación, rechazamos H_0.

10 **Un dentista afirma que el 40% de los niños de 10 años presentan indicios de caries dental. Tomada una muestra de 100 niños, se observó que 30 presentaban indicios de caries.**

Utilizando la aproximación normal, comprueba, a un nivel de significación del 5%, si el resultado proporciona evidencia que permita rechazar la afirmación del dentista.

1^er^ paso: Hipótesis: Tenemos que contrastar:

H_0: $p = 0{,}4$ frente a H_1: $p \neq 0{,}4$

2º paso: Zona de aceptación:

$$\left(p_0 - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}};\ p_0 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}\right)$$

Para un nivel de significación $\alpha = 0{,}05$ tenemos que $z_{\alpha/2} = 1{,}96$. El intervalo será:

$$\left(0{,}4 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}4 \cdot 0{,}6}{100}};\ 0{,}4 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}4 \cdot 0{,}6}{100}}\right);\ \text{es decir, } (0{,}304;\ 0{,}496)$$

3^er^ paso: Verificación:

La proporción obtenida en la muestra es $pr = \frac{30}{100} = 0{,}3$.

4º paso: Decisión:

Como la proporción muestral queda fuera de la zona de aceptación, rechazamos H_0, es decir, rechazamos la afirmación del dentista.

11 **Una empresa de productos farmacéuticos afirma en su publicidad que uno de sus medicamentos reduce considerablemente los síntomas de la alergia primaveral en el 90% de la población.**

Una asociación de consumidores ha experimentado dicho fármaco en una muestra de 200 socios de la misma, obteniendo el resultado indicado en la publicidad en 170 personas.

Determina si la asociación de consumidores puede considerar que la afirmación de la empresa es estadísticamente correcta al nivel de significación de 0,05.

1^er^ paso: Hipótesis: Tenemos que contrastar:

H_0: $p = 0{,}9$ frente a H_1: $p \neq 0{,}9$

2º paso: Zona de aceptación:

$$\left(p_0 - z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}};\ p_0 + z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}\right)$$

Para un nivel de significación $\alpha = 0{,}05$, tenemos que $z_{\alpha/2} = 1{,}96$. El intervalo será:

$$\left(0{,}9 - 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}9 \cdot 0{,}1}{200}};\ 0{,}9 + 1{,}96 \cdot \sqrt{\frac{0{,}9 \cdot 0{,}1}{200}}\right);\ \text{es decir, } (0{,}858;\ 0{,}942)$$

3^er^ paso: Verificación:

La proporción obtenida en la muestra es $pr = \frac{170}{200} = 0{,}85$.

4º paso: Decisión:

Como la proporción muestral está fuera del intervalo de aceptación, rechazamos H_0, es decir, no podemos considerar válida la afirmación de la empresa.

12 S **Se afirma que, en una determinada ciudad, al menos el 30% de las familias poseen ordenador. Se toma una muestra aleatoria de 200 familias de la ciudad y resulta que 50 poseen ordenador.**

A un nivel de significación de 0,05, ¿hay suficiente evidencia para refutar la afirmación?

1^er^ paso: Hipótesis: Queremos contrastar:

$$H_0: p \geq 0{,}3 \quad \text{frente a} \quad H_1: p < 0{,}3$$

2º paso: Zona de aceptación:

$$\left(p_0 - z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}};\ +\infty\right)$$

Para un nivel de significación $\alpha = 0{,}05$ tenemos que $z_\alpha = 1{,}645$. Por tanto, el intervalo será:

$$\left(0{,}3 - 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}3 \cdot 0{,}7}{200}};\ +\infty\right); \text{ es decir, } (0{,}247;\ +\infty)$$

3^er^ paso: Verificación:

La proporción obtenida en la muestra es $pr = \dfrac{50}{200} = 0{,}25$.

4º paso: Decisión:

Como la proporción muestral está dentro del intervalo de aceptación, no podemos rechazar H_0, es decir, aceptamos que, al menos, el 30% de las familias poseen ordenador.

13 S **El 42% de los escolares de un cierto país suelen perder al menos un día de clase a causa de gripes y catarros. Sin embargo, un estudio sobre 1 000 escolares revela que en el último curso hubo 450 en tales circunstancias.**

Las autoridades sanitarias defienden que el porcentaje del 42% para toda la población de escolares se ha mantenido.

a) Contrasta, con un nivel de significación del 5%, la hipótesis defendida por las autoridades sanitarias, frente a que el porcentaje ha aumentado como parecen indicar los datos, explicando claramente a qué conclusión se llega.

b) ¿Cómo se llama la probabilidad de concluir erróneamente que el tanto por ciento se ha mantenido?

a) **1^er^ paso: Hipótesis:** Queremos contrastar:

$$H_0: p \leq 0{,}42 \quad \text{frente a} \quad H_1: p > 0{,}42$$

2º paso: Zona de aceptación:

$$\left(-\infty;\ p_0 + z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{p_0 q_0}{n}}\right)$$

Para un nivel de significación del 5%, tenemos que $z_\alpha = 1{,}645$. Por tanto, el intervalo será:

$$\left(-\infty;\ 0{,}42 + 1{,}645 \cdot \sqrt{\frac{0{,}42 \cdot 0{,}58}{1\,000}}\right); \text{ es decir, } (-\infty;\ 0{,}446)$$

3^er^ paso: Verificación:

La proporción obtenida en la muestra es $pr = \frac{450}{1\,000} = 0{,}45$.

4º paso: Decisión:

Como la proporción muestral está fuera de la zona de aceptación, rechazamos H_0, es decir, aceptamos que la proporción ha aumentado.

b) La probabilidad de concluir erróneamente que el tanto por ciento se ha mantenido, es decir, de aceptar H_0, siendo falsa, es la probabilidad de cometer un error de tipo II.